

Moderne Physik 2

Universität Heidelberg
Sommersemester 2024

Dozent: Prof. Dr. Matthias Bartelmann, Dr. Sara Konrad
Obertutor: Dr. Sara Konrad

Aufgabenblatt 4

Besprechung in der Übungsgruppe am 23.05.2024

- 1. Quantenmechanik als physikalische Theorie.** Physikalische Theorien haben den Anspruch, den Ausgang von Experimenten vorherzusagen. Wollte man die gesamte Natur mithilfe einer einzigen Theorie exakt beschreiben, so wäre diese Theorie genauso komplex wie die tatsächliche Natur und Vorhersagen würden unmöglich. Glücklicherweise lassen sich in der Regel verschiedene Längen-, Zeit- und Energieskalen identifizieren und daher physikalische Systeme als isoliert betrachten, sodass sie durch eine separate, deutlich vereinfachte Theorie beschrieben werden können.
 - (a) Welche Art von Vorhersagen für welche Experimente erlaubt die Quantenmechanik? Antworten Sie so allgemein wie möglich und nennen Sie Beispiele.
 - (b) Welche Aspekte der Quantenmechanik sind deterministisch, welche sind es nicht? Begründen Sie Ihre Aussage und erläutern Sie, wie die deterministischen und nicht-deterministischen Aspekte miteinander in Beziehung stehen.
- 2. Paradoxon von Einstein, Podolsky und Rosen.** In David Bohms Fassung des Paradoxons von Einstein, Podolsky und Rosen werden zwei Teilchen mit Gesamtspin 0 erzeugt. Der Zustand der beiden Teilchen wird daher durch einen gemeinsamen Zustand beschrieben. Die beiden Teilchen fliegen nun in entgegengesetzte Richtung. Wird bei einem der beiden Teilchen nun der Spin gemessen, ist dadurch der Spin des anderen Teilchens instantan bestimmt – unabhängig davon, wie weit die beiden Teilchen voneinander entfernt sind.
 - (a) Erläutern Sie die sechs Axiome der Quantenmechanik anhand dieses Experiments.
 - (b) Inwiefern lässt sich anhand dieses (Gedanken-)Experiments argumentieren, dass die Quantenmechanik nicht lokal ist?
 - (c) Jemand behauptet, dass es in der Quantenmechanik keinen „echten“ Zufall gebe. Wir wüssten nur in der Regel nicht, in welchem exakten Zustand das System ist (d.h. welcher Wert einer Messgröße bei einer Messung sicher festgestellt würde). Auf das EPR-Paradoxon angewendet bedeutet diese Behauptung, dass wir zwar den Gesamtspin der beiden Teilchen wüssten, dass es uns aber aus technischen Gründen versagt sei, den Ausgang einer Messung an einem der beiden Teilchen exakt vorherzusagen. Was antworten Sie darauf?
- 3. Operatoren – Eigenwerte – Eigenbasen.** Wir betrachten Streckungen entlang einer Richtung im dreidimensionalen Raum \mathbb{R}^3 . Eine Streckung entlang der x -Achse um den Faktor a kann mithilfe der folgenden Matrix beschrieben werden:

$$A_x(a) = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

- (a) Warum stellt diese Matrix einen linearen Operator dar? Für welche Werte von a bildet die Menge aller Streckungen entlang der x -Achse eine Gruppe?
- (b) Wie sieht die Matrix $A_y(b)$ für eine Streckung entlang der y -Achse um den Faktor b aus? Wie die Matrix $A_z(c)$ für eine Streckung entlang der z -Achse um den Faktor c ?
- (c) Unter welchen Bedingungen bilden die Matrizen $A_x(a)$, $A_y(b)$ und $A_z(c)$ eine Gruppe? Überprüfen Sie die Gruppenaxiome. Wie lautet eine beliebige Matrix $A(a, b, c)$ dieser Gruppe?
- (d) Welche sind die Eigenvektoren dieser Gruppe und welche die zugehörigen Eigenwerte?
- (e) Wir betrachten nun eine andere Transformation $B(d, e, f)$, die wie folgt definiert ist: Der Vektor $(1, 0, 0)$ wird um den Faktor $d \neq 1$ gestreckt. Der Vektor $(0, 1, 1)$ wird um den Faktor $e \neq 1$ gestreckt und der Vektor $(0, 1, -1)$ um den Faktor $f \neq 1$. Ist mit dieser Vorschrift die Transformation eindeutig bestimmt? Ist für die genannte Beschreibung die Reihenfolge relevant? Unter welchen Umständen ist die Reihenfolge relevant, unter welchen nicht?
- (f) Bestimmen Sie Eigenvektoren und Eigenwerte von $B(d, e, f)$. *Hinweis:* Dafür brauchen Sie keine Matrix zu konstruieren.
- (g) Sie wollen einen beliebigen dreidimensionalen Vektor \vec{x} nun zweimal transformieren, indem sie einmal die Transformation $A(a, b, c)$ und einmal die Transformation $B(d, e, f)$ anwenden. Ist die Reihenfolge relevant?