4. Diskrete Transformationen – Multiplikative QZ

Im folgenden werden diskrete Transformationen behandelt die Operatoren $\hat{U}_D$ entsprechen für die gilt

$$\hat{U}_D^2 = 1 \quad (2 \text{ Mal angewandt} \to \mathbb{1})$$

d.h. diese Operatoren sind unitär und hermitesch und führen zu beobachtbaren QZ. Invarianz unter $\hat{U}$:

$$[H, U_D] = 0$$

führt zu einem multiplikativen Erhaltungssatz bei dem das Produkt der QZ invariant ist:

$$\hat{U}_D|\psi_a\rangle = u_a|\psi_a\rangle \longrightarrow 2 \text{ Teilchensystem } \hat{U}_D|\psi_a \psi_b\rangle = |U_D\psi_a \, U_D\psi_b\rangle$$
$$= u_a \cdot u_b |\psi_a \psi_b\rangle$$

4.1 Paritätsoperation "Raumspiegelung"

Paritätsoperation (Raumspiegelung) P ändert das Vorzeichen von Vektoren: $\vec{x} \xrightarrow{P} -\vec{x}$ $\quad \vec{p} \xrightarrow{P} -\vec{p}$, läßt aber Axialvektoren invariant ($\vec{L}, \vec{S}$):

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} \xrightarrow{P} \vec{L} = -\vec{r} \times -\vec{p} = +\vec{r} \times \vec{p}.$$

Paritätsoperator $\hat{P}$ ist ein Beispiel für eine diskrete Trf $\hat{U}_D$:

$$\psi'(\vec{r}) = \hat{P}\psi(\vec{r}) = \psi(-\vec{r})$$

Für Eigenzustände: $\hat{P}|\psi\rangle = \eta_P |\psi\rangle$ und mit $\hat{P}^2 = 1$ folgt

$$\eta_P = \pm 1 \quad \begin{cases} \eta_P = +1 \Leftrightarrow \text{grade Parität} \\ \eta_P = -1 \Leftrightarrow \text{ungrade Parität} \end{cases}$$

Bsp aus Atomphysik: Elektr. Dipolübergang mit Emission eines Photons:

$$A^* \to A + \gamma \quad \text{Auswahlregel: } \Delta l = \pm 1$$

$$\eta_P(A^*) = \eta_P(A) \cdot \eta_P(\gamma)$$

wg. Auswahlregel folgt: $\eta_P(A^*) = (-1)\,\eta_P(A) \Rightarrow \eta_P(\gamma) = -1$

Analog zu Wellenfkt der Atomphysik sind auch Kernzustände und auch Elementarteilchen Eigenzustände des Paritäts-operators. Die Parität eines Elementarteilchens bezeichnet man als innere Parität.
Wie sich herausstellt läßt sich die relative Parität zweier Systeme / Teilchen aber nur messen, wenn die Systeme die gleichen additiven QZ besitzen*). Ansonsten existiert eine nicht auflösbare Ambiguität. Man definiert deshalb:

$$P(p) = P(n) = P(\underset{s}{\Lambda}) = P(\Lambda_c) = P(\Lambda_B) = +1$$

Unter der Annahme der Paritätserhaltung kann dann die Parität aller anderen Teilchen ermittelt werden. So ist die Eigenparität eines zerfallenden Teilchens $T \to 1+2$ gegeben durch:

$$\eta_P(T) = \eta_P(1) \cdot \eta_P(2) \cdot (-1)^{\ell}$$

ℓ = relativer Drehimpuls zw. 1 und 2

Spin J und Eigenparität P von Teilchen werden häufig zusammen mit J^P angegeben:

$$J^P(\pi^{\pm}) = 0^- \quad J^P(\pi^0) = 0^- \quad J^P(p) = J^P(n) = \frac{1}{2}^+$$

Die Parität ist in der e.m. und in der starken WW erhalten (die entsprechenden Lagrangedichten sind invariant unter P). Die schwache WW verletzt die Parität maximal (s. auch Abschnitt 4.4)

*) Statt $\hat{P}$ definiert man $\hat{P}' = \hat{P} e^{i\pi Q}$, Q = additive QZ. Neuer Operator ist von $\hat{P}$ nicht zu unterscheiden: $\hat{P}'|p\rangle = -|p\rangle$ statt $\hat{P}|p\rangle = +|p\rangle$
liefert aber für p andere Parität! $\hat{P}'|n\rangle = +|n\rangle$ wie $\hat{P}|n\rangle = +|n\rangle$

4.2 C-Parität oder Ladungskonjugation

C-Parität oder Ladungskonjugation kehrt das Vorzeichen aller generalisierten Ladungen ($Q_{el}, L_{e,\mu}, \tilde{B}, S, \ldots$) um $\Rightarrow$ Anti-Teilchen

$$\Rightarrow \quad C\,|\text{Teilchen}\rangle = \eta_C\,|\text{Antiteilchen}\rangle \quad (\text{kein Eigenzustand})$$

$\leftarrow$ bel. Phase

$\Rightarrow$ Nur Teilchen, die ihr eigenes Anti-Teilchen sind, sind Eigenzustände des C-Operators. Wg. $C^2 = 1$ muß für diese Teilchen $\eta_C = \pm 1$ sein.

Bsp.: $C\,|\gamma\rangle = -1\,|\gamma\rangle \Leftarrow \eta_C(\gamma) = -1$ weil sich unter C die Vorzeichen der $\vec{E}$ und $\vec{B}$-Felder umkehren!!

$C\,|\pi^0\rangle = +1\,|\pi^0\rangle$

$$\pi^0 \to \gamma\gamma$$
$$C = +1 = (-1)(-1)$$

Die starke und die elektromagn. WW sind invariant unter C, d.h. die C-Parität ist in der e.m. + starken WW erhalten. Die schwache WW verletzt die C-Parität maximal.

Bsp.: C-Erhaltung in e.m. WW

$\pi^0 \to \gamma\gamma\gamma$ würde C-Parität verletzen

Abb. V.5 $\quad \Gamma(\pi^0 \to 3\gamma) / \Gamma(\pi^0 \to 2\gamma) < 3{,}1 \cdot 10^{-8}$

(Test der C-Erhaltung in e.m. WW)

4.3 Zeitumkehrinvarianz T

Im Gegensatz zu P und C ist T nicht unitär und es ist keine Erhaltungsgröße damit verknüpft. Trotzdem ist die Invarianz unter Zeitumkehr eine wichtige Symmetrie in der subatomaren Physik.

→ Formale Definition von T: $t \xrightarrow{T} -t \quad \vec{x} \xrightarrow{T} \vec{x}$.

Impuls und Drehimpuls ändern somit ihr Vorzeichen:

$$\vec{p} \xrightarrow{T} -\vec{p} \qquad \vec{L} \xrightarrow{T} -\vec{L}$$

$$(\vec{E} \xrightarrow{T} \vec{E} \qquad \vec{B} \xrightarrow{T} -\vec{B})$$

In der Quantenmechanik ist die Zeitumkehrtransformation durch $T\psi(\vec{x},t) = \psi^*(\vec{x},-t)$:

$$\psi(\vec{x},t) = e^{i(\vec{p}\vec{x} - Et)/\hbar} \longrightarrow T\psi = \psi^*(\vec{x},-t) = e^{-i(\vec{p}\vec{x} + Et)} \underbrace{= e^{i(-\vec{p}\vec{x} - Et)}}_{\text{Teilchen mit } -\vec{p}}$$

→ T kehrt den Impuls der Teilchen um.

Man findet daß T ein anti-unitärer Operator ist:

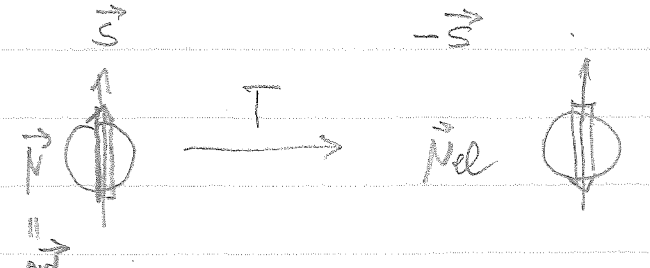
$T(c_1\psi_1 + c_2\psi_2) = c_1^* T\psi_1 + c_2^* T\psi_2$

Die elektromagnetische und starke WW sind invariant unter T.
Die schwache WW verletzt T.

Tests der T-Invarianz: Suche nach elektrischem Dipolmoment von Elementarteilchen (EDM).

Abb V.6

el. Dipolmoment $\vec{\mu}_{el}$ eines Elementarteilchens muß parallel zum Spin stehen



Experimentelle Grenze vom Neutron EDM: $qd(n) < 2{,}9 \cdot 10^{-26}$ e cm

4.4 Paritätsverletzung im β-Zerfall (Schwache WW).

(→ Slides)

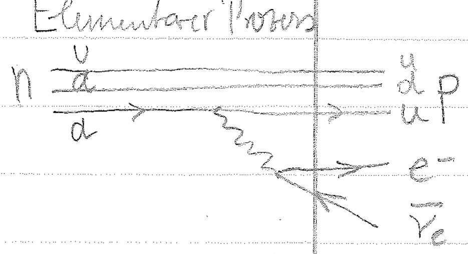
C, P und T Invarianz der WW war lange Zeit ein „ungeprüftes" Dogma der Physik. Nachdem aber Lee und Yang 1956 die Möglichkeit der Paritätsverletzung in der schwachen WW vorgeschlagen hatten, gelang es C.S. Wu*) bereits 1957 der Nachweis dass die Parität in der Tat im radioaktiven β-Zerfall verletzt ist.

*) Chien-Shiung Wu

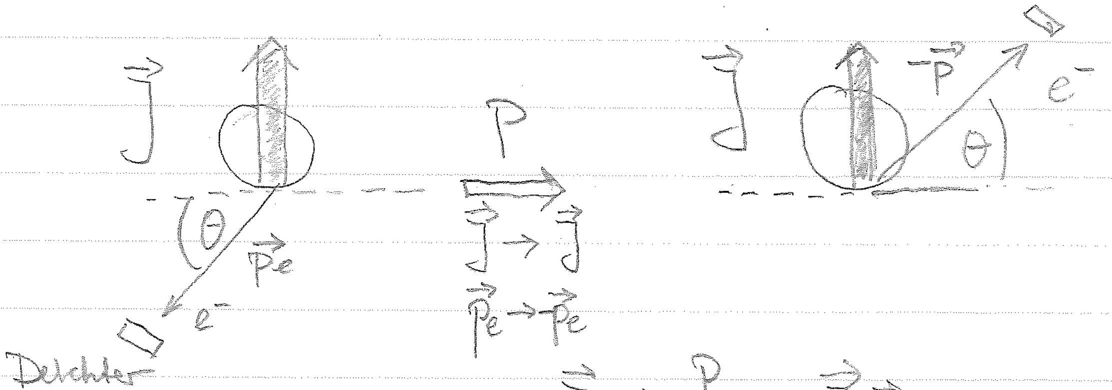
a) Wu-Experiment zur Paritätsverletzung:

β-Zerfall $\underset{J=5}{\overset{Z=27}{{}^{60}Co}} \longrightarrow \underset{J=4}{\overset{Z=28}{{}^{60}Ni^*}} + e^- + \bar{\nu}_e$

Elementarer Prozess



Idee: Verwende polarisiertes ^{60}Co, wobei die Spinrichtung durch ein äußeres $\vec{B}$-Feld festgelegt wird (Polarisation wird bei sehr niedrigen Temperaturen (10 mK) „eingefroren")



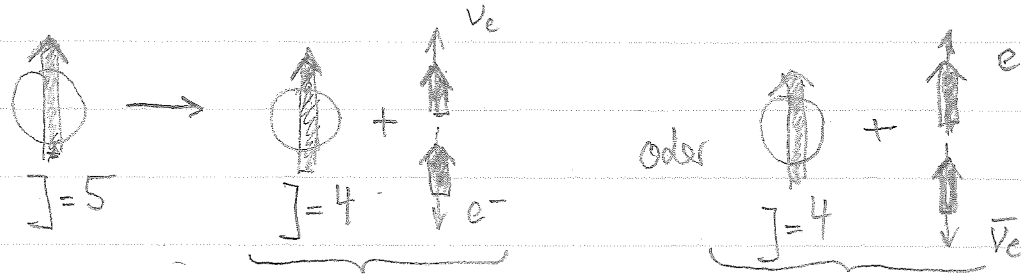
Observable: $\vec{J}\cdot\vec{p}_e \xrightarrow{P} -\vec{J}\,\vec{p}_e$

Falls Parität erhalten (= Invarianz unter P) dann sollte die gemessene Winkelverteilung symmetrisch in θ sein, d.h. die gemessene Rate muß in beiden Konfigurationen gleich sein.

Experimentelle Vereinfachung: Statt den Detektor zu verschieben wird die Polarisation des ^{60}Co umgedreht.

Resultat: Die gemessene Raten sind für beide Konfigurationen (Abb. s.o.) verschieden. Die Parität ist damit verletzt.

b) Interpretation



(1) LH e^- und RH $\bar{\nu}_e$

(2) RH e^- + LH $\bar{\nu}_e$ → wird nicht beobachtet

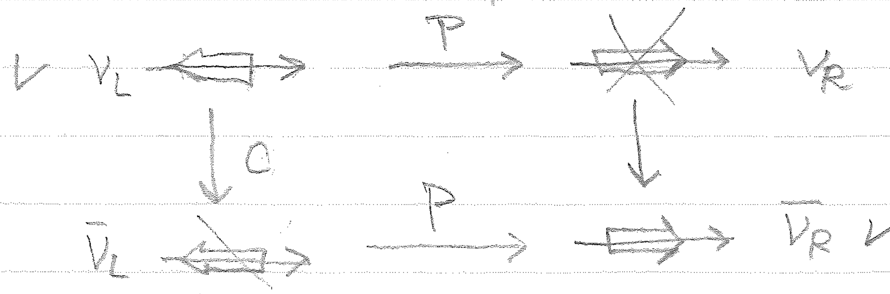
LH = Linkshändig = $\vec{p} \parallel -\vec{s}$
RH = Rechtshändig = $\vec{p} \parallel \vec{s}$

In einer Vielzahl von Experimenten konnte nachgewiesen werden, dass nur LH e^- (bzw RH e^+) im schwachen Zerfall entstehen.
In einem anderen Experiment (Goldhaber, 1957) konnte gezeigt werden, daß die entstehenden $\bar{\nu}_e$ immer RH sind.

Heute wissen wir: $W^\pm$-Bosonen koppeln nur an LH Fermionen bzw RH-Antifermionen

und es existieren nur ν_L und $\bar{\nu}_R$.
(Neutrinos sind immer LH, $\bar{\nu}$ immer RH)

→ das Standardmodell / schw WW verletzt also P und C maximal:



Auf den ersten Blick scheint aber die kombinierte Symmetrie CP erhalten zu sein

4.5 CP- und T-Verletzung

1964 zeigten Cronin und Fitsch dass die CP-Symmetrie im $K^0 \to \pi^+\pi^-$ (schwache WW) verletzt ist.

Wir wissen heute, daß die schwache WW und auch die Theoretische Beschreibung im SM die Symmetrien C, P, CP und T explizit verletzt.

→ Theoretische Vorhersage des T-Verletzenden n-EDM:

$$\text{n-EDM im SM} \sim 10^{-32}\ \text{e}\cdot\text{cm} \quad (\text{Limit} < 2{,}9\cdot 10^{-26}\ \text{e}\cdot\text{cm})$$

Bem:
- Die Verletzung von C und P hat die Ursache in der Kopplung von $W^\pm$ Bosonen nur an LH-Teilchen.
- Die CP und T Verletzung nur im Quark/Hadron sektor tritt ebenfalls nur in WW mit $W^\pm$ Boson auf (schwache Quarkzerfälle) und ist eine Konsequenz der Quarkmischung (Kap VIII.)

CPT Theorem: CPT-Invarianz

Für praktisch jeden vorstellbaren Hamilton-Operator gilt $[CPT, H] = 0$ (Lüders & Schwinger 1951)

Verallgemeinert durch Pauli (1955):
CPT ist eine Eigenschaft lorentzinvarianter, lokaler und kausaler Feldtheorien

Konsequenzen: Unsere Welt und eine zeitumgekehrte + paritätsinvertierte Antiwelt verhalten sich gleich.
Teilchen + AntiTeilchen haben gleiche Massen + Lebensdauern!