

Studium der schwachen WW hat in der Vergangenheit zu einer Vielzahl unerwarteter Entdeckungen geführt: Neutrinos, W- und Z-Bosonen, P, C und CP Verletzung. Es lohnt sich also, schwache Prozesse zu untersuchen.

1. W- und Z-Bosonen als Austausch-Teilchen der schwachen WW

Eine erste Theorie zur Beschreibung der schw. WW, insbesondere des β -Zerfalls wurde in den 1930er Jahren von E. Fermi aufgestellt. Aufgrund einer scheinbaren Energieunabhängigkeit beschrieb Fermi die Wechselwirkung als 4-Punkt-WW, d.h. ohne den Austausch eines Bosons:

Bsp.: $n^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_p$

4-Punkt-WW gibt es im Standardmodell als fundamentalen Prozess nicht

Diese Behandlung führt aber für die Neutrino-Nukleon Streuung zu einem $\sigma \sim E_\nu$:

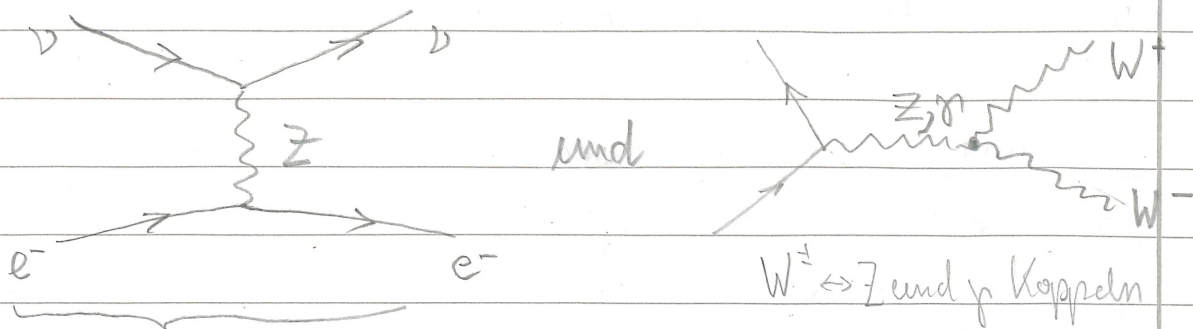
$\sigma \sim E_\nu \rightarrow$ verletzt Unitarität

Um dieses Problem zu beheben werden in SM massive Austausch-Teilchen W^\pm eingeführt. Der Propagator

$$\frac{1}{q^2 - M_W^2 c^2}$$

bewirkt für kleine $q^2 \ll M_W^2 c^2$ (typ. Energien von β -Zerfällen) eine scheinbare Unabhängigkeit von q^2 . Für große q^2 -Werte dominiert die $1/q^2$ -Abhängigkeit und "repariert" das Unitaritätsproblem der Neutrino-Streuung.

In der von Glashow, Salam & Weinberg entwickelten Theorie (= Standardmodell) muß aufgrund eines weiteren sehr ähnlichen Problems auch ein neutrales Z-Boson eingeführt werden. Damit sind dann folgende Prozesse möglich:



Dieser Prozess wurde 1973 am CERN nachgewiesen und stellt eine erste wichtige Bestätigung der vorhergesagten „Neutral current“ Prozesse dar.
(→ Nobelpreis für Glashow, Salam & Weinberg 1979) (Abb. VIII.1)

Die massiven W und Z-Bosonen wurden 1983 am CERN SPS (Super-Proton-Synchrotron), das auf Anregung von C. Rubbia als $p\bar{p}$ -Speicherung (Sp \bar{p} S) betrieben wurde, in den $p\bar{p}$ Kollisionen bei einer $p\bar{p}$ Schwerpunktsenergie $E_{\text{cm}} = 540 \text{ GeV}$ nachgewiesen und erstmalig vermessen.

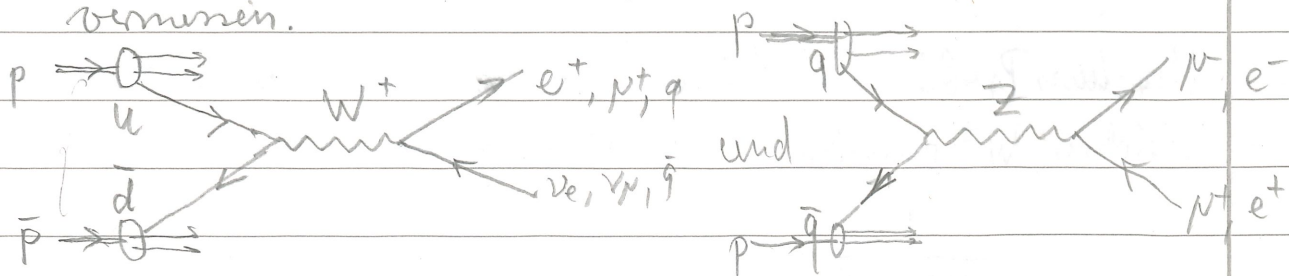


Abb. VIII.2 + 3:

Massenbestimmung: $M_W \approx 80 \text{ GeV}/c^2$, $M_Z \approx 91 \text{ GeV}/c^2$

Die Vorhersage und der Nachweis dieser schweren Bosonen ist sicher einer der größten Erfolge des Standardmodells.

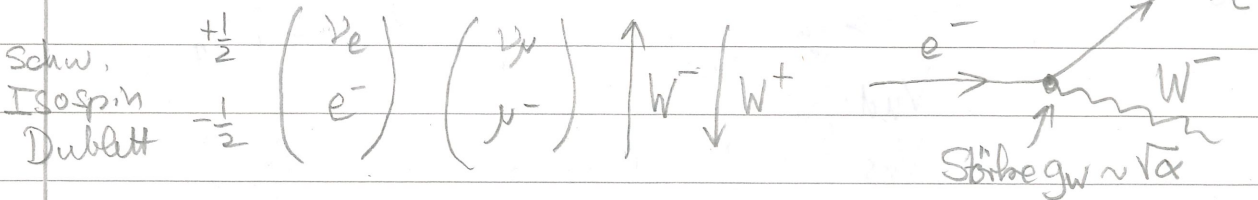
(→ Nobelpreis für C. Rubbia + S. v. d. Meer 1984)

2. Kopplungen der W und Z-Bosonen an Quarks + Leptonen

- Im β -Zerfall entstehen nur LH-Teilchen (RH-Antiteilchen):
 W-Bosonen koppeln nur an LH (RH) Teilchen (Antiteilchen)
 (Für masselose + hochrelativistische Teilchen: LH $\rightleftharpoons \vec{p}$, RH $\rightleftharpoons \vec{p}$)
 → Paritätsverletzung
- Z-Bosonen koppeln an LH und RH Teilchen, allerdings mit leicht unterschiedlicher Stärke (→ Paritätsverletzung)

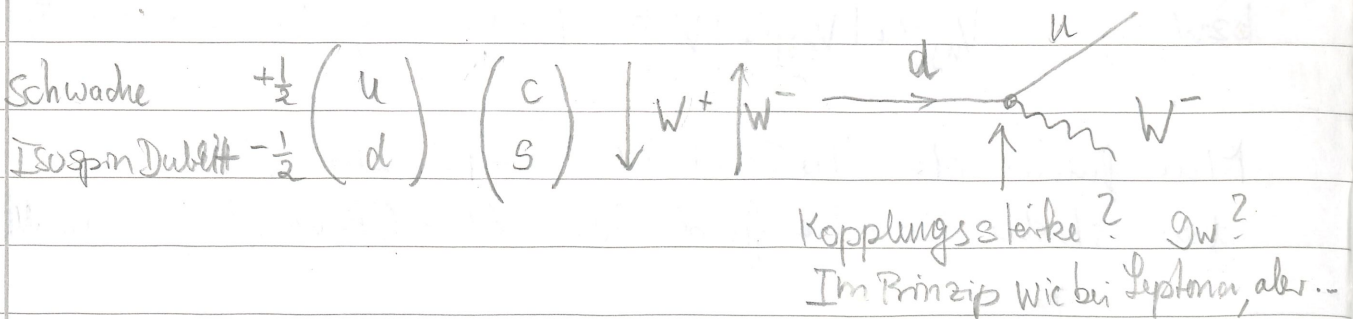
W-Bosonen "transportieren" Ladung und "schwachen" Isospin.
 Sie wirken als "S_±-Operatoren" (Schiebeoperatoren) im schwachen Isospin-Raum.

Quarks und Leptonen werden deshalb in schwachen Isospin-Dubletts angeordnet ($I = \frac{1}{2}, I_3 = \pm \frac{1}{2}$). Für Leptonen:

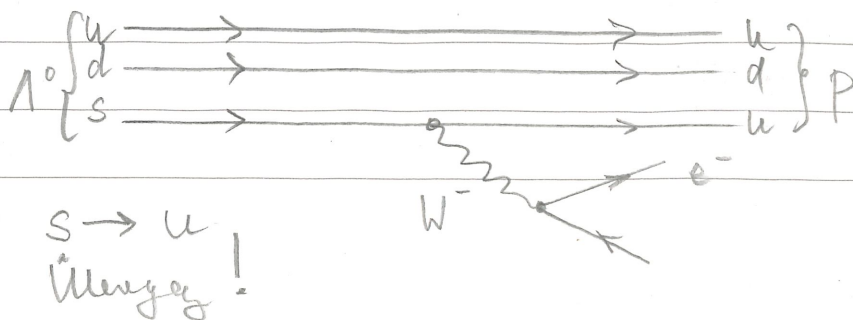


Die Kopplungsstärke g_w ist universell.

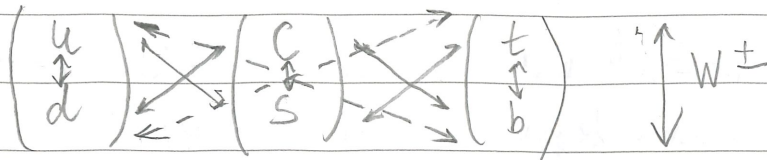
Für Quarks: ($I = \frac{1}{2}, I_3 = \pm \frac{1}{2}$).



Bsp: Strangenessverletzung im schwachen Übergang



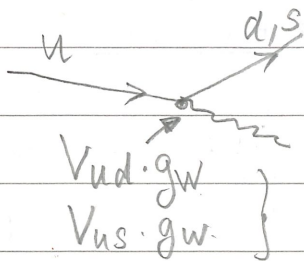
Für Quarks gibt es auch Übergänge außerhalb des Isospin-Dubletts einer Familie;



d.h. die schwache Wechselwirkung ^(W[±]) mischt die Quarks verschiedener Quark-Dubletts miteinander. Die Mischung wird durch die sogenannte Cabibbo-Kobayashi-Maskawa Matrix beschrieben:

$$V_{CKM} = \begin{matrix} u \\ c \\ t \end{matrix} \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{matrix} d \\ s \\ b \end{matrix} \quad \text{Matrix ist} \\ \text{unitär } V_{CKM} V_{CKM}^{\dagger} = 1$$

Diese Matrix beschreibt die Kopplungsstärken für die jeweiligen Übergänge:



$$\rightarrow |A_{fi}|^2 \sim g_W^2 |V_{ij}|^2$$

Diagonalelemente $\approx O(1)$

d.h. Übergang innerhalb Generation
 \approx wie bei Leptonen: g_W

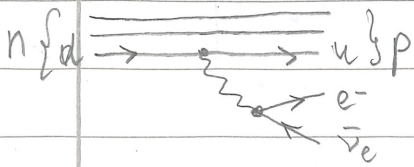
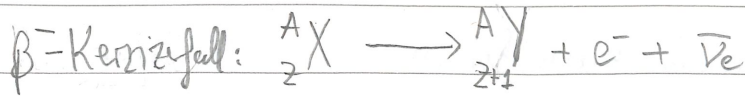
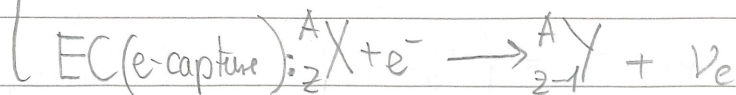
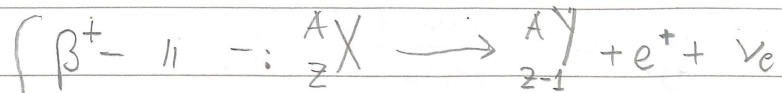
$$\text{Es gilt: } \left. \begin{array}{l} |V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2 + |V_{ub}|^2 = 1 \\ \text{bzw. } |V_{cd}|^2 + |V_{cs}|^2 + |V_{cb}|^2 = 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} u\text{-Typ Quark} \rightarrow \sum d\text{-Typen} \\ d\text{-Typ Quark} \rightarrow \sum u\text{-Typen} \end{array}$$

Man findet dass die CKM Matrix komplex ist;
das ist die Ursache für die beobachtete CP-Verletzung in schw. WW.

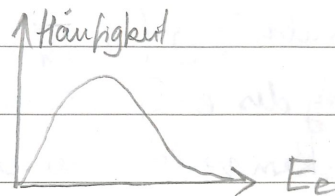
Abb VIII.4: Matrixelemente CKM

3. β -Zerfall

... auf in die Kernphysik

Prototype: $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$ in Konkurrenz
zueinanderNeutrinos nicht beobachtbar
2 oder 3-Teilchen endzustand?

Bereits in den 1930er Jahren wurde beobachtet, daß das β -Spektrum im Gegensatz zu Spektren von α -Teilchen für einen gegebenen Zerfall kontinuierlich ist, was sich mit einem 2-Teilchenendzustand (ohne ν) nicht erklären läßt.

Abb VIII-5: β -Spektrum

Dieses Problem wurde durch das Neutrino-Postulat von W. Pauli (1930) gelöst: Das kontinuierliche β -Spektrum wird verständlich, wenn man annimmt, daß beim β -Zerfall ein leichtes neutrales Teilchen emittiert wird, so daß die Gesamtenergie des Elektrons und des Neutrinos konst. bleibt

3.1 3-Teilchenphasenraum:

Fermi's Goldene Regel für Übergangrate für β -Zerfall:

$$\omega = \frac{2\pi}{\hbar} |A_{fi}|^2 \rho_3(E_f)$$

$$A_{fi} = \langle f | H_W | i \rangle = \text{Übergangsmatrix-Element}$$

$$E_f = \text{freier werdende Energie } E_0 = E_e + E_\nu + E_{\text{Rückstoß}}$$

$$= \text{Q-Wert (in Kernphysik)} \quad \approx 0$$

Mit 3-Teilchen-Phasenraumfaktor (Zustandsdichte) $g_3(E_f)$:

$$g_3(E_f) = \frac{V^2}{(2\pi\hbar)^6} \cdot \frac{d}{dE_0} \int p_e^2 dp_e d\Omega_e p_p^2 dp_p d\Omega_p$$

s. Kap III.4

findet man für masselose Neutronen ($E_p = pvc$):

$$dg_3 = \frac{d\Omega_e d\Omega_p}{(2\pi\hbar)^6 \cdot c} p_e^2 p_p^2 dp_e \quad \leftarrow \text{wg. } dE_0 \sim dE_p \sim dpvc$$

und mit $p_p^2 = (E_0 - E_e)^2 / c^2$ ($E_{\text{Rückstoß}} \ll 0$) folgt für diff. Zerfallsbreite:

$$\frac{d\Gamma}{\hbar} = d\omega = \frac{1}{2\pi^3 c^2 \hbar^7} \cdot |A_{fi}|^2 p_e^2 (E_0 - E_e)^2 dp_e \quad (*)$$

Die Übergangsamplitude ist in sehr guter Näherung vom Impuls des Elektrons unabhängig ($\frac{1}{q^2 - M_W^2} \rightarrow \frac{1}{M_W^2}$ für $q^2 \rightarrow 0$). Man muß aber bei der Berechnung des e-Spektrums berücksichtigen, daß das e^- , sobald es den Kern verläßt dessen Coulomb-Potential spürt, was über die Coulomb-Korrektur $F(\pm, Z, E_e)$ zu einer Veränderung des Spektrums führt: $F = \text{Fermi-Funktion}$. $\uparrow_{\pm} = \text{Vorzeichen des } \beta\text{-Teilchens}$

3.2 Lebensdauer:

$$\frac{1}{\tau} = \frac{\Gamma}{\hbar} = \int d\omega = \frac{1}{2\pi^3 c^3 \hbar^7} \cdot |A_{fi}|^2 \int \underbrace{F(\pm, Z, E_e) p_e^2 (E_0 - E_e)^2 dp_e}_{\text{modifizierter Phasenraum}}$$

Mit Gl. (*) und Ausdruck (**):

$$|A_{fi}|^2 = \frac{2\pi^3 \cdot \hbar^8}{f(Z, E_0) \tau \cdot m_e^5 c^4}$$

(Kernmatrixelement)

Die Werte $f(E_0)\tau$ bzw. $f(E_0)t_{1/2}$ sind tabelliert (reduzierte Halbwertszeit).

Bsp: $n \rightarrow p$ $E_0 = 0,782 \text{ MeV}$ $f t_{1/2} = 1100 \text{ s}$ (statt $600 \text{ s} = t_{1/2}$)

Bem: Die $f t$ -Werte variieren von 10^3 s bis zu 10^{22} s (10^9 a) \rightarrow häufig $\log f t$ angeg.

$$(**) = m_e^5 c^7 \cdot f(Z, E_0)$$

$f = \text{dimensionslose Fkt.}$

(Für kleine Z und große E_0 : $F \approx 1$)

$$\Rightarrow ** = \int p_e^2 (E_0 - E_e)^2 dp_e \approx \frac{1}{30 c^3} E_0^5$$

komparative oder

Für große Energien und kleine Z ($F \approx 1$) und $(\ast\ast) = \frac{1}{30c^3} \cdot E_0^5$;
findet man:

$$\tau \sim \frac{1}{E_0^5}$$

$$\Gamma \sim E_0^5$$

bzw

} diese Abhängigkeit wird in Lit. auch als Sargent Regel bezeichnet.

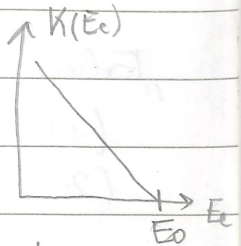
(gilt auch für andere schw. Zerfälle)
z.B. $\Gamma(\nu \rightarrow e \nu) \sim m_\nu^5$

3.3 Kurie-Plot und Endpunkt

Aus der Formel für $d\Gamma(\ast)$ findet man:

$$K(E_e) = \left(\frac{d\Gamma}{p_e^2 dp_e} \right)^{1/2} = G \cdot \sqrt{|V_{fi}|^2} \cdot (E_0 - E_e)$$

$$\approx \sqrt{E_e} dE_e \quad \Rightarrow \text{Kurie-Plot: Abb. VII. 6}$$



Diese lineare Abhängigkeit wird als Kurie-Plot bezeichnet

Für massive Neutrinos mit Massen m_ν ändert sich in der Nähe des Endpunktes $E_e \approx E_0$ der Verlauf des Elektronenspektrums, was bei Messung des Spektrums eine Bestimmung der Neutrinomasse ermöglicht: KATRIN-Experiment (Abb. 6a, 7a, 7a-c) (Sensitivität $\approx 0,2 - 0,3$ eV)

Aus früheren Experimenten (Mainz): $m_{\bar{\nu}_e} < 3$ eV

3.4. Auswahlregeln für Kern- β -Zerfälle

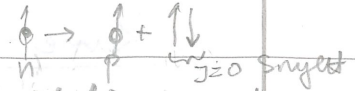
Neutrino und Elektron werden i.d. Regel mit Bahndrehimpuls $l=0$ produziert.* (erlaubte Zerfälle). Zerfälle bei denen die Bahndrehimpuls $l=1$ tragen sind unterdrückt ($\sim 10^{-3} - 10^{-4}$) und werden als "verboten" bezeichnet. ($\log ft = 6 \dots 15$). Doppelt verbotene Zerfälle $l=2$: ($\log ft = 11 \dots 18$)

Bei $l=0$ (erlaubten Zerfällen) ändert sich die Parität der Kernwellenfkt $\Delta P=0$ nicht. $l=1$ (verbotene Zerfälle) korrespondieren zu $\Delta P=1$.

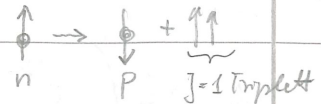
*) Im Schwerpunktsystem $\hat{=}$ Schwerpunktsystem des Kerns falls Rückstoß vernachlässigbar.

Man unterscheidet 2-Arten von Übergängen:

(1) Fermi-Übergänge: Der Spin des Quarks und damit des Nukleons bleibt erhalten. Spinänderung des Kerns: $\Delta J = 0$



(2) Gamow-Teller-Übergänge: Spin des Quarks und des Nukleons werden geflippt \Rightarrow Spinänderung des Kerns: $\Delta J = 0, \pm 1$ ($0 \rightarrow 0$ verboten)



"Erlaubte β -Zerfälle" mit $l=0$ (Auswahlregel):

(1) $\Delta P = 0$ $\Delta J = 0$ (Fermi-Übergänge)

(2) $\Delta P = 0$ $\Delta J = 0, \pm 1$ (Gamow-Teller Übergang)

Bei entsprechend stärkerer Verdichtungen, verboten "Zerfälle" $\Rightarrow \Delta P = \pm 1$
 $l=1$

"Super erlaubte" β -Zerfälle:

Kernmatrix-Element ist maximal wenn die Wellenfunkt des entstehenden ^{Nukleons} Protons die gleiche Wellenfunkt hat wie das zerfallene _{Proton} Nukleon. Das ist der Fall, wenn Ursprungskern und entstehender Kern zu einer "starken Isospin" Multiplett gehören. (ft Wert \rightarrow ft Wert des freien Neutrons).

Bsp: ${}^1_8\text{O} \rightarrow {}^1_7\text{N} + e^- + \bar{\nu}_e$ (wird erst mit Schalenmodell klar)

Die Auswahlregeln zusammen mit der starken Phasenraumabhängigkeit des β -Zerfalls $\tau \sim 1/E_0^5$ führt zu dem sehr großen Bereich an möglichen ft -Werten.

IX Kerne, Kernmodelle und Kernzerfälle

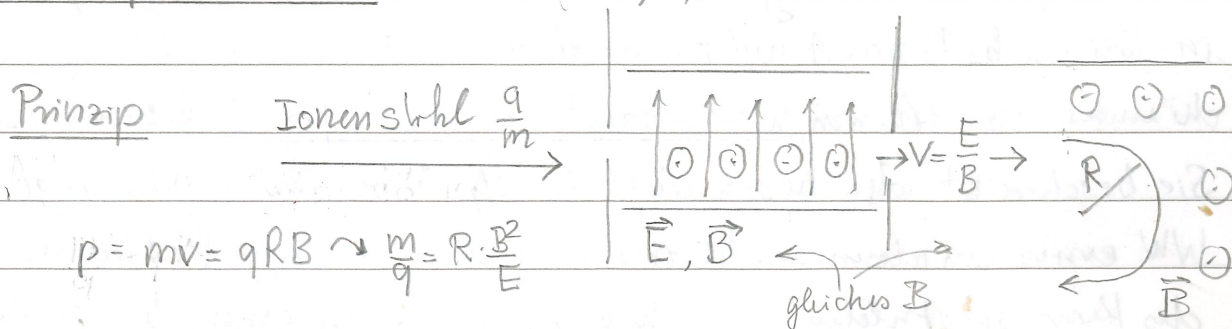
Beschreibung der Kerne im Rahmen der starken WW ist schwierig:

Vielteilchensystem, $\alpha_5(10^2)$ groß. Zur Beschreibung der Nukleon-Nukleon WW werden deshalb häufig effektive WW (z.B. Austausch von π) benutzt. Die Bindung der Nukleonen in Atomkernen wird durch phänomenologische Modelle beschrieben.

1. Massenspektrometrie und Bindungsenergie

Zur Bestimmung der Bindungsenergie von Kernen werden deren Massen sehr präzise vermessen: Bindungsenergie = Massendefizit im Vgl. zur Masse der ungebundenen Nukleonen.

Massenspektrometrie: Abb. IX. 1, 2, 3



Zur Präzisionsbestimmung von Kernmassen können heute Penning-Fallen und auch Speichertrage zum Einsatz.

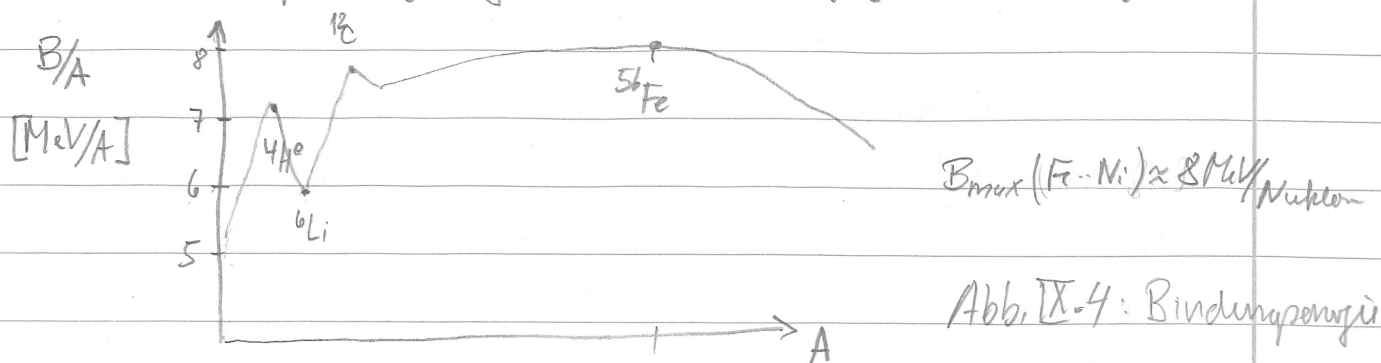
In beiden Fällen wird die Zyklotronfrequenz des Ions in einem bekannten B-Feld bestimmt. (Abb IX. 1, 2, 3): $\omega_c = \frac{q}{m} B$

Bindungsenergie = Massendefizit der Kerne:

$$B(A, Z) = [Z \cdot m_p + (A-Z) m_n - M(A, Z)] / c^2$$

Experimentell wird die Ionenmasse (Kern + Elektronen) bestimmt
 → Man muß auch die Elektronenmasse und deren Bindungsenergie berücksichtigen

Für die Bindungsenergie findet man die folgende Abhängigkeit von A :



Die max. Bindungsenergie für $A \approx 60$ (Fe und Ni Isotope)

Für Kerne mit $A \gg 60$ kann durch die Spaltung in leichtere Bestandteile Energie gewonnen werden. Für $A \ll 60$ kann durch Fusion 2 Kerne in einem schwereren Kern Energie gewonnen werden.

2. Tröpfchenmodell und Massenformel

Eine erste Parametrisierung der Kernmassen bzw. der Bindungsenergie in Abhängigkeit von A und Z wurde von C. F. v. Weizsäcker gegeben, die unter dem Namen Weizsäcker'sche Massenformel bekannt ist.

Sie beschreibt den beschriebt die effektive kurzreichweitige WW eines einzelnen Nucleons mit allen anderen Nucleonen des Kerns in Analogie der WW der Atome in einem Wassertropfen.

Sie basiert auf der annähernd konst. Dichte der Kerne ($V_{\text{Kern}} \sim A$) und der Tatsache daß $B/A \approx \text{const}$ für große A :

$$B(A, Z) = a_v \cdot A - a_o \cdot A^{2/3} - a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_{\text{sym}} \frac{(N-Z)^2}{A} + \delta/A^{1/2}$$

wobei die einzelnen Terme die folgende Bedeutung haben:

Volumenbeitrag $a_v \cdot A$: Jedes Nucleon liefert einen Beitrag zu B

Oberflächen effekt $-a_o A^{2/3}$: Nucleonen an Oberfläche $\sim A^{2/3}$ weniger stark gebunden.

Coulomb-Abstoßung $-a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}}$: Effekt $\sim Z^2$ und \sim mittleren Radius $\sim 1/A^{1/3}$

Asymmetrie-Term $-a_{\text{sym}} \frac{(N-Z)^2}{A}$: bei leichten Kernen sind Kern mit $N \approx Z$ stabiler, bei schweren Kernen auch solche mit $N > Z$

Paarungsterm $\delta/A^{1/2}$: Gerade Anzahl von p oder n erhöhen die Kernstabilität

$$\delta = \begin{cases} +11.2 \text{ MeV} & Z, N \text{ gerade: } gg\text{-Kerne} \\ 0 \text{ MeV} & Z \text{ od. } N \text{ gerade: } ug\text{-Kerne} \\ -11.2 \text{ MeV} & Z, N \text{ ungerade: } uu\text{-Kerne} \end{cases}$$

Man findet empirisch:

$$a_v \approx 15.67 \text{ MeV}$$

$$a_0 \approx 17.23 \text{ MeV}$$

$$a_c \approx 0.71 \text{ MeV}$$

(s.a. Povh)

Abb. IX.5

Bethe-Weizsäcker Formel

$$a_{\text{sym}} \approx 23.3 \text{ MeV}$$

Die Massenformel erlaubt die Berechnung des Q -Wertes von Kern-Prozessen: α , β -Zerfälle, Kernspaltung und Kernfusion.

$$M(A, Z) = (A-Z)m_n + Z \cdot m_p - B(A, Z) + Zm_e - B(\text{Elektronen})$$

falls $M(A, Z)$ Atommasse und nicht Kernmasse