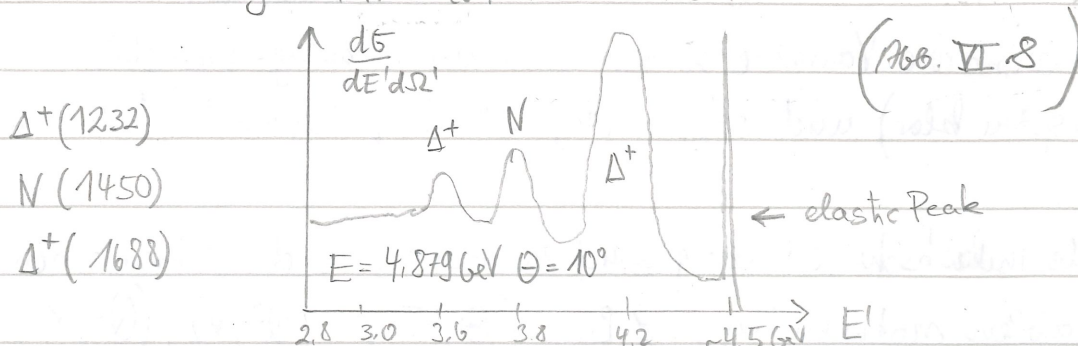


## 4. Tiefinelastische Elektron-Nukleon Streuung

Steigert man gegenüber der elastischen Streuung den Energieübertrag auf das Proton, kommt es zur Anregung innerer Freiheitsgrade und der Ausbildung von Nukleon-Resonanzen:

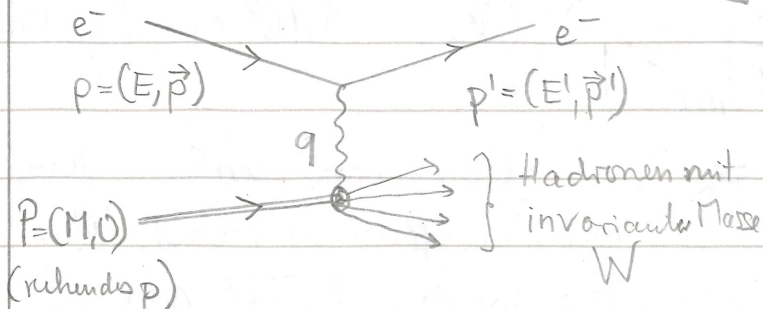


Die typische Breite der Resonanzen, z.B.  $\Gamma = 120 \text{ MeV}$  für  $\Delta^+$ , korrespondiert zur Lebensdauer der Zustände von  $5.5 \cdot 10^{-24} \text{ s}$ , d.h. sie zerfallen extrem schnell was auf die starke WW hindeutet.

Steigert man den Energieübertrag weiter,  $\nu = E - E' > m(\text{Proton})$  so kommt man in den Bereich eines „Kontinuums“. Das Proton „bricht auf“  $\rightarrow$  Reaktion ist tief-inelastisch. WW bleibt annähernd konstant!

Stadium <sup>tief</sup>inelastischer Elektron-Nukleon Streuung von großer Wichtigkeit und führte zum Nachweis von ptif. Partonen (Quarks) als die Bausteine des Protons.

### 4.1 Kinematik inelastischer Streuung



Achtung: Herleitung und Formeln benutzen  $c=1$

- Energieübertrag:  $\nu = E - E'$
- Inv. Masse:  $W^2 = (P+q)^2 = M^2 + 2Pq + q^2$

• mit  $2Pq = 2M\nu$  (\*)

folgt:  $q^2 = W^2 - M^2 - 2M\nu =: -Q^2$

(\*\*)  $Q^2 < 0$

$q = (E - E', \vec{p} - \vec{p}')$   
 $P = (M, 0)$

$Pq = M\nu$   
 (\*)

(i) elastische Shearung:  $W = M$  und aus  $\mathcal{G}^{**}$  folgt  $\frac{Q^2}{2Mv} = 1$ .

(ii) inelastische Shearung:  $W > M \rightarrow 2Mv - Q^2 > 0$  bzw.

$$x := \frac{Q^2}{2Mv} \quad \text{mit } 0 < x < 1 \quad (\leftarrow 1 = \text{elastisch})$$

Bjorken od.

Die dimensionslose Variable  $x$  nennt man Scaling-Variable

( $\rightarrow$  wird später klar) und ist ein Maß für die 'Elastizität' der Shearung,  
hier

Im Falle inelastischer Shearung sind zur Festlegung der Shear kinematik  
2 Variablen notwendig, z.B.:  $(\Theta, E')$ ,  $(Q^2, v)$ ,  $(Q^2, x)$

## 4.2 WQ und Bjorken Scaling;

Ausgehend von der WQ-Formel für elast. Shearung der pht. Spin  $\frac{1}{2}$

Tutchen:

$$\text{(Kap. 3.2)} \quad \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right) = \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Mott}} \left( 1 + 2\tau \tan^2 \frac{\Theta}{2} \right), \quad \text{mit } \tau = \frac{Q^2}{4M^2 c^2}$$

erhält man den diff. WQ für tief-inelastische Shearung durch  
die Einführung der Strukturfkt., die von 2 Variablen  $(Q^2, v)$  bzw.  $(Q^2, x)$   
abhängen:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega' dE'} = \left( \frac{d\sigma}{d\Omega'} \right)_{\text{Mott}} \left[ W_2(Q^2, v) + 2 \cdot W_1(Q^2, v) \cdot \tan^2 \frac{\Theta}{2} \right] \quad W_i \sim \frac{1}{E'}$$

$\tau$  absorbiert in Def.  $\# W_1$

$\downarrow v W_2 = F_2 \quad \downarrow M^2 W_1 = F_1 \quad \text{und } v \leftrightarrow x$

$$(*) \quad = \left( \frac{d\sigma}{d\Omega'} \right)_{\text{Mott}} \cdot \frac{1}{v} \cdot \left[ F_2(Q^2, x) + F_1(Q^2, x) \cdot \frac{Q^2}{x M^2 c^2} \tan^2 \frac{\Theta}{2} \right]$$

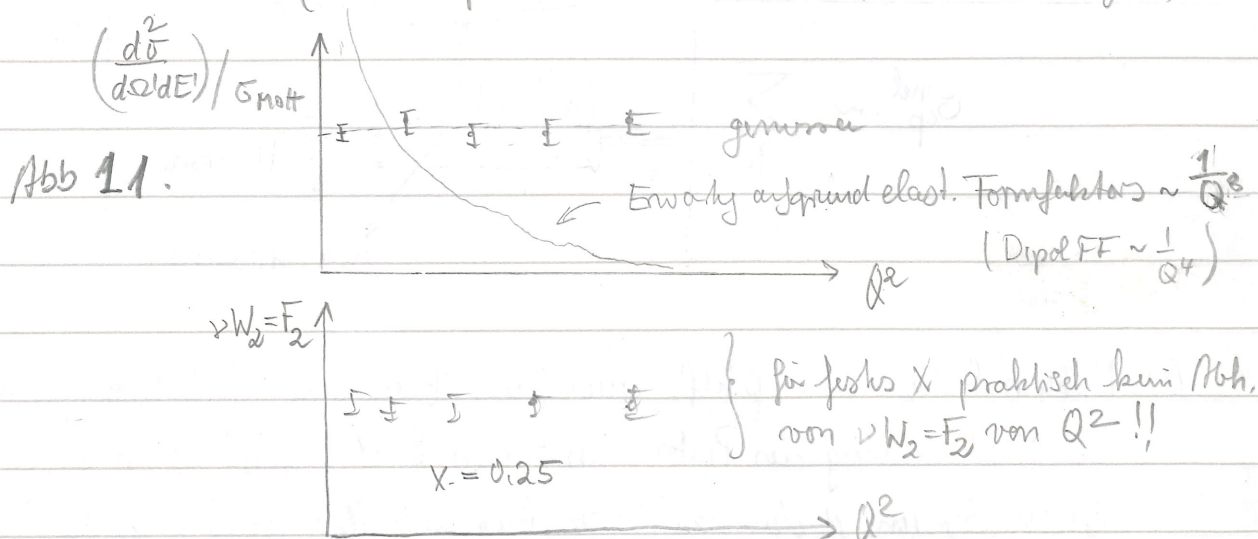
Strukturfkt  $W_1$  und  $W_2$  bzw. dimensionslosen Strukturfkt  
 $F_1$  und  $F_2$ . Diese parametrisieren den Effekt der inelast. WW  
des Photons mit dem Proton.  $F_{1,2}$  werden als Fkt. von  
 $(Q^2, x)$  und nicht als Fkt. von  $(Q^2, v)$  angegeben, weil



( $F_1$  und  $F_2$  für große  $Q^2$  und für ein festes  $x$  quasi unabhängig von  $Q^2$  sind. (Siehe Abb. II.11).)

Erste experimentelle Beobachtung (Abb. VI.9, 10 und 11)

M. Breidenbach et al. (MIT und SLAC, 1969) am 20 GeV SLAC Linear Collider ( $\rightarrow$  Nobelpreis 1996: Friedman, Kendall & Taylor)



Also:  $F_{1,2}(Q^2, x) \approx F_{1,2}(x)$  für  $Q^2 \gg M^2 c^2$ .

=  
= Ratio von  $Q^2$  und  $\nu$

Abhängigkeit von nur 1. Variablen: Bjorken-Scaling bezeichnet: Die Struktur fkt. bleiben unverändert im Falle einer Skalen-Transformation der beteiligten 4er Impuls (Multiplikation mit Faktor  $x$ :  $Q^2 \rightarrow x^2 Q^2$ ): wenn  $x$  unverändert bleibt.

Die Beobachtung von Scaling Verhalten war überraschend:

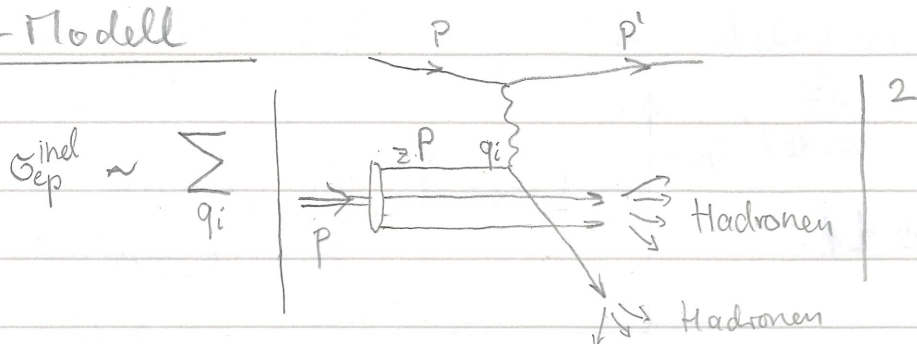
Während elast. Formfaktoren eine sehr starke  $Q^2$ -Abh.

aufweisen, sind die Struktur fkt. quasi unabhängig von  $Q^2$ .

Man hat sehr schnell verstanden, daß das Scaling Verhalten der inelast. Streuung als Resultat elastischer Streuung an pht.f. Bausteinen des Protons, den sogenannten Partonen erklärt werden kann.

Historisch handelt es sich hierbei um den ersten „dynamischen“ Nachweis der Existenz von Quarks, die man aufgrund der Symmetrien der Hadronen (Isospin + Strangeness  $QZ$ ) bereits „statisch“ eingeführt hatte.

### 4.3 Parton-Modell



- (i) Nukleon besteht aus p.t.f. quasifreien Bausteinen (Partonen  $q_j$ ) mit Spin  $\frac{1}{2}$ . Zur Beschreibung des Protons im Parton-Bild begibt man sich in ein System in dem das Proton einen unendlich großen Impuls  $P$  hat. In diesem System kann man sich das Proton als einen Strom kollinearere Partonen vorstellen: Jedes Parton trägt einen Anteil  $z$  am Protonenimpuls.
- (ii) Bei tiefinelast. WW streut Elektron elastisch an einem der Partonen. Elastische <sup>Streuung</sup> an einem Parton ist aber - wie man leicht zeigen kann - nur dann möglich, wenn der Impulsanteil  $z$  des Partons gerade gleich der Bjorken-Variable  $x$  ist
- $$z = x = \frac{Q^2}{2Mv} \quad (\text{siehe Nachtrag: Abb. II. 16})$$
- (iii) Das gestreute Parton verlässt Proton und bildet Hadronen.

Inelastische ep-Streuung mit  $x = \frac{Q^2}{2Mv}$  kann also als elastische Streuung an einem Parton interpretiert werden, das gerade den Anteil  $xP$  des Proton- $\gamma$ -Impulses trägt. Durch Einstellen der Bjorken-Variable  $x$  (Streu kinematik) kann man von „außen“ den Impulsanteil  $x$  der Partonen wählen an denen elast. gestreut wird. (s. hierzu auch Abb. II. 12: tiefinelast. Streuung bei H1)



→ Der gemessene inelast. WQ für einen gegebenen Wert  $x$  misst dann die Wahrscheinlichkeitsdichte  $f_{q_i}(x)$  ein Parton mit Impulsanteil  $x$  im Proton zu finden:

$$f_{q_i}(x) dx = \text{Wahrscheinl. Parton } q_i \text{ mit } x \in [x, x+dx] \text{ zu finden}$$

WQ für inelast. ep-Streuung ist die Summe möglicher elast. Parton-Streuungen:

$$\frac{d^2 \sigma_{ep}^{\text{inel}}}{dQ^2 dx} = \left( \frac{d\sigma}{dQ^2} \right)_{\text{Mott}} \cdot \sum_{q_i} e_{q_i}^2 \cdot \underbrace{f_{q_i}(x)}_{\text{"}F_2(x)\text{"}} \left[ 1 + \underbrace{\frac{Q^2}{2x^2 M^2 c^2} \cdot \tan^2 \frac{\theta}{2}}_{\text{"}F_1(x)\text{"}} \right]$$

Durch Vergleich mit Formel (\*) findet man für die Strukturfkt.:  
(Berücksichtige:  $dx = \frac{x}{v} \cdot dv$ )

$$F_2(x) = x \sum_{q_i} e_{q_i}^2 f_{q_i}(x)$$

$$2x F_1(x) = x \sum_{q_i} e_{q_i}^2 f_{q_i}(x) = F_2(x)$$

D.h. die Strukturfunktionen beschreiben die Partonverteilungen (Partondichten) im Proton. Für Spin  $\frac{1}{2}$  Partonen gilt:

Abb VI. 13

$$2x F_1(x) = F_2(x)$$

Callan-Gross-Relation  
(→ exp. Bestätigt)

(Für Spin-0 Partonen entfällt Term  $\sim \tan^2 \frac{\theta}{2} \rightarrow F_2(x) = 0$ )

Bisher haben wir implizit angenommen dass es sich bei den Partonen um die 3 Valenzquarks (→ s. stat. Quarkmodell) handelt. Da zwischen den Quarks ständig Gluonen ausgetauscht werden, gibt es aufgrund der Vakuum-Fluktuationen von  $q\bar{q}$  auch sogenannte Seaquarks und Antiquarks:

$$\frac{u}{d} \frac{s}{c}$$

$$\rightarrow F_2(x) = x \sum_{q_i} e_{q_i}^2 \cdot (f_{q_i}(x) + f_{\bar{q}_i}(x))$$

Quark  $f_{q_i}$  →  $q_i$ 
alle Quarks = Val + See
Anti-Quark  $f_{\bar{q}_i}$  →  $\bar{q}_i$

#### 4.4 Struktur fkt. $F_2(x)$ für verschiedene Parton-Modelle (Proton)

3 Quarks ohne WW

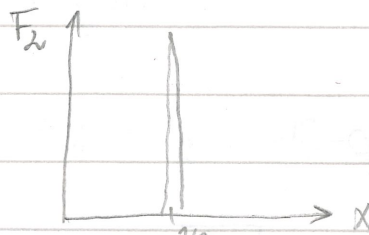
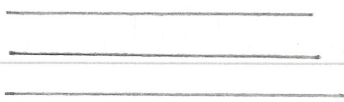
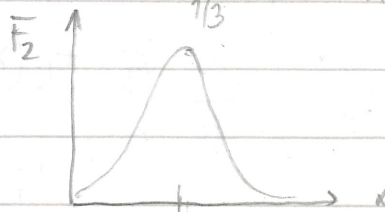
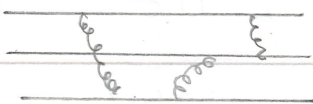
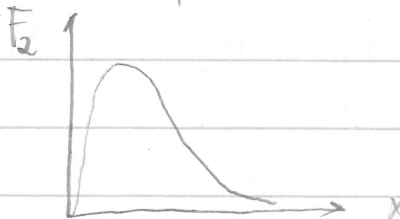
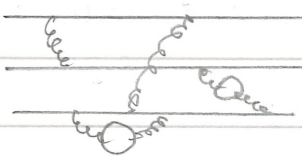


Abb. VI.14

3 Quarks mit WW



3 Quarks mit WW + See



Struktur fkt.  $F_2$  des Protons (Partondichte) wurden durch eine Vielzahl von Streuexperimenten bestimmt ( $e\bar{p}$ ,  $\nu\bar{p}$ ,  $\nu p$ ) woraus sich die Valensquark- als auch die Seequark-Verteilung ermitteln lassen,

→ Abb. VI.15: Partonverteilungen

Man findet:

- Seequarks tragen in der Regel sehr klein  $x$ ,
- Valensquark-Verteilung hat Max. bei  $x \approx 0,15 \cdot 0,2$
- $\int F_2(x) dx =$  Impulsanteil des Protons, der von geladenen Quarks getragen wird  
 $\approx 50\%$

→ d.h. die übrigen 50% des Protonimpulses werden durch Gluonen getragen.



## VII. Starke Wechselwirkung

### 1. Farbladung und Gluonen

Entsprechend der e.m. WW, die zwischen elektrisch geladenen Teilchen unter Austausch von Photonen wirkt, so wirkt die starke Kraft zwischen Teilchen mit „Farb“ladung unter Austausch von Gluonen.

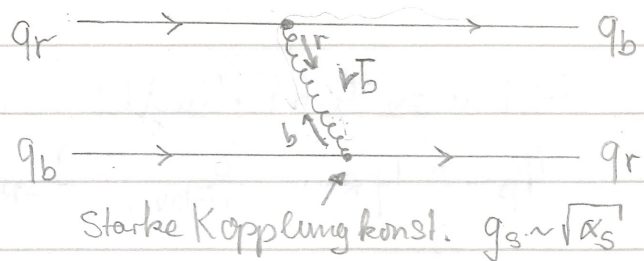
Quark und Antiquarks kommen in 3 „Farben“ bzw. „Antifarben“ vor:

$$q: r, g, b \quad \bar{q}: \bar{r}, \bar{g}, \bar{b} \quad (\text{„Farbe“} = \text{genauel. Ladung einer } SU(3) \text{ Symmetrie})$$

Im Gegensatz zu Photonen tragen die Gluonen selbst auch Farbladungen und zwar jeweils eine Farbe und Antifarbe ( $3 \otimes \bar{3}$ ):

Bei der starken WW wird also auch „Farbe“ ausgetauscht. Die WW ist unabhängig von Quarkflavor ( $\rightarrow$  Isospin + Strangeness Symmetrie der starken WW).

Bsp: Quark-Quark WW



Die  $3 \otimes \bar{3}$  Farbkombinationen der Gluonen führen zu

8 „farbigen“ Color-Oktett-Zuständen ( $SU(3)$  Gruppentheorie)

$$r\bar{g}, r\bar{b}, g\bar{b}, g\bar{r}, b\bar{r}, b\bar{g}, \frac{1}{\sqrt{2}}(r\bar{r} - b\bar{b}), \frac{1}{\sqrt{3}}(r\bar{r} + g\bar{g} - 2b\bar{b})$$

und einem „farbneutralen“ Color-Singlett:  $\frac{1}{\sqrt{3}}(r\bar{r} + g\bar{g} + b\bar{b})$

Nur die 8-Color-Oktettzustände bilden die 8 Gluonen der starken WW.

Erinnerung: Gekoppeltes Spin- $\frac{1}{2}$  System:  $2 \otimes 2$  ( $SU(2)$ )

$\rightarrow$  Spin-Triplett mit  $I=1$   $I_3 = \pm 1, 0$

Spin-Singlett mit  $I=0$   $I_3 = 0$

# 1.1 Evidenz für Farbladung als QZ der Quarks

a) Fermion-Statistik für  $J = \frac{3}{2}$  Baryonen:  $\Delta^{++} = |u \uparrow u \uparrow u \uparrow\rangle$

Quarkwellenfunkt. muß anti-symmetr. gegen Vertauschung sein:

$$\Psi_{\Delta^{++}} = |u \uparrow, u \uparrow, u \uparrow\rangle = \underbrace{\Psi_{\text{Raum}}(\bar{r}_1, \bar{r}_2, \bar{r}_3)}_{\text{lichteste Resonanz}} \cdot \underbrace{\Psi_{\text{Flavor}}(u u u)}_{\text{Symmetr. gegen Vertauschung}} \cdot \chi_{\text{Spin}}(\uparrow \uparrow \uparrow)$$

$l=0$  Zustand  $\rightarrow$  Symmetr.

D.h. bei Berücksichtigung des bisher bekannten QZ besitzen ist die Gesamtwellenfunkt. der 3 Quarks symmetr. gegen Vertauschung.

$\rightarrow$  Es muß eine weitere QZ geben in der sich die 3 Quarks unterscheiden.

$\rightarrow$  Farbladung: Farbwellenfunkt. ist anti-symmetrisch

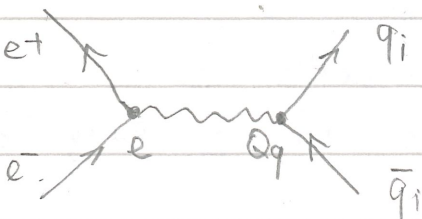
$$\epsilon_{\text{Farbe}} = \frac{1}{\sqrt{6}} \sum_{\substack{i,j,k= \\ r, g, b}} \epsilon_{ijk} u_i u_j u_k$$

antisymmetr. Tensor

Mit dieser Farbwellenfunkt. ist dann die Gesamtwellenfunkt.

$$\Psi_{\Delta^{++}} = \Psi_{\text{Raum}} \cdot \Psi_{\text{Flavor}} \cdot \chi_{\text{Spin}} \cdot \epsilon_{\text{Farbe}} \quad \text{anti-symmetrisch.}$$

b) WA für  $e^+e^-$ -Annihilation in Hadronen:  $e^+e^- \rightarrow \text{Hadronen}$



$$e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$$

$q\bar{q}$  sind nur als Hadronen beobachtbar (Abb VII.1)

$$\sigma_{\text{tot}}(e^+e^- \rightarrow \text{Hadronen})$$

$$= \sigma(e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}) \cdot \sum_{\text{kinematisch mögliche Flavor} \rightarrow q_i} Q_{q_i}^2 \cdot N_f$$

kinematisch mögliche Flavor  $\rightarrow q_i$

$N_f =$  Zahl der möglichen Farbzustände  
( $r\bar{r}, b\bar{b}, g\bar{g} \Rightarrow N_f = 3$ )

$$R_{\text{had}} = \frac{\sigma_{\text{had}}}{\sigma_{\text{M}\mu}} = N_f \cdot \sum_{q_i} Q_{q_i}^2$$

Summe über alle kinematische Quarkpaare

Zw. Messung: Aufgrund der Hadronisierung werden 2-Teilchen-Jets beobachtet die den ursprünglich entstandenen Quarks entsprechen. (Abb VII.1)



## Mögliche Quarkpaare und Vorhersage für $R_{had}$ :

$$E_{cms} < 2m_c c^2 \approx 3\text{ GeV} : \quad u, d, s \quad R_{had} = 3 \cdot \left( \frac{4}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} \right) = 2$$

$$E_{cms} < 2m_b c^2 \approx 10\text{ GeV} : \quad u, d, s, c \quad R_{had} = 3 \left( \frac{4}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{4}{9} \right) = \frac{10}{3}$$

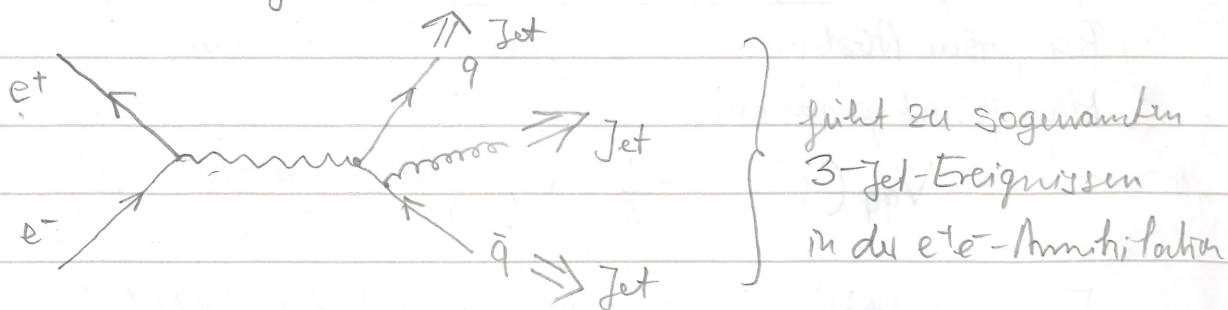
$$E_{cms} < 2m_t c^2 \approx 350\text{ GeV} : \quad u, d, s, c, b \quad R_{had} = \dots = \frac{11}{3}$$

( $\rightarrow$  siehe Messung von  $R_{had}$  in Abb VII.2)

Man beobachtet im gemessenen Verhältnis  $R_{had}$  tatsächlich die vorhergesagten Sprünge und den Faktor  $N_f = 3$  den man für 3 verschiedene Farbladungen erwarten würde.

## 1.2 Evidenz für Gluonen: 3-Jet-Ereignisse

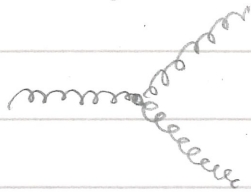
Analog zur Bremsstrahlung bei Elektronen erwartet man, daß Quark "reelle" Gluonen abstrahlen können, die dann genau wie die Quarks zu einem Jet von Hadronen hadronisieren können:



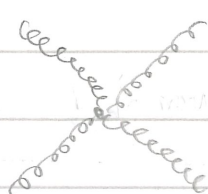
3-Jet-Ereignisse wurden bei PETRA ( $e^+e^-$ -Speicherring bei DESY) 1977 entdeckt und gelten als Nachweis der Gluonen  
 $\rightarrow$  Abb. VII.3 (3 Jet-Ereignis)

## 2. Quark-Antiquark-Potential, Confinement und Running von $\alpha_s$

Eine besondere Eigenschaft der Gluonen ist ihre Farbladung. Gluonen können deshalb auch miteinander koppeln und es gibt deshalb auch sogenannte Gluon-Gluon-Vertices:



oder



kommen in der  
aber e.m. WW  
nicht vor!

3-Gluon Vertex

4-Gluon-Vertex

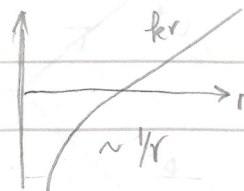
Diese zusätzlichen Graphen führen sowohl für die Kopplungskonstante  $\alpha_s$  als auch für das  $q\bar{q}$  bzw.  $q\bar{q}$ -Potential (z.B. in einem Meson) zu einem qualitativ anderen Verhalten als in der QED.

### 2.1 Quark-Antiquarkpotential und Confinement

Für sehr kleine Abstände (entspricht bei Streuprozessen große  $Q^2$ ) nimmt das Potential sehr stark ab und die Quarks sind quasi-frei: asymptotische Freiheit für kleine Abstände / große  $Q^2$ .  
Bei großen Abständen steigt das Potential linear an.

Man findet phänomenologisch:

$$V_{q\bar{q}}(r) = -\frac{4}{3} (\hbar c) \frac{\alpha_s(r)}{r} + kr$$



Für große Abstände von  $q$  und  $\bar{q}$  sind die Feld-/Kraftlinien zu einem Bündel = Farbflysschlauch zusammengedrückt (Kraft ist konstant):



Dass die Kraftlinien  
schlauchartig verlaufen  
ist Folge der Gluon-  
Gluon-WW



Versucht man die Quarks weiter auseinander zu ziehen, wächst das Potential linear an und man braucht unendlich viel Energie um die Teilchen zu separieren / zu befreien:

Quark / Antiquark sind also im Farbpotential eingesperrt: Confinement.

## 2.2. Laufende Kopplungskonst. $\alpha_s$ und asymptotische Freiheit

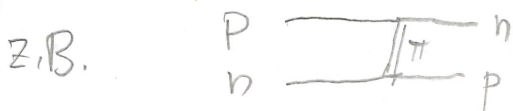
Verlauf von  $\alpha_s(Q^2)$ : Abb VII. 4)

Genaue wie die QED-Kopplungskonstante ist auch  $\alpha_s$  eine Funktion des Abstandes bzw. die  $Q^2$ -Wertes der WW. Qualitativ ist das Verhalten aber völlig anders: Die zusätzliche Gluon-Gluon-Kopplung führt bei großen Abständen zu einer "Anti-Abschirmung" also zu einem Anstieg von  $\alpha_s$  für kleine  $Q^2$ . Für große  $Q^2$  wird  $\alpha_s$  kleiner. Im Limit  $Q^2 \rightarrow \infty$ :  $\alpha_s(Q^2) \rightarrow 0$ .

Dieses Verhalten bewirkt dass Quarks bei kleinen Abständen (großen  $Q^2$ -Werten) quasi-frei sind. Man spricht deshalb von asymptotischer Freiheit.

Das Laufen von  $\alpha_s$  wird durch die von Wilczek, Politzer und Gross 1975 vorgeschlagene Theorie der starken WW (QCD) vorhergesagt  $\rightarrow$  Nobelpreis 2004

Für kleine  $Q^2$  ( $Q^2 \rightarrow 0$ ) steigt die starke Kopplungskonst.  $\alpha_s(Q^2)$  sehr stark an und erreicht bei etwa  $Q^2 \approx (200 \text{ MeV}/c)^2$  die Größe  $\mathcal{O}(1)$ . Eine perturbative Behandlung der starken WW in diesem Regime ist nicht mehr möglich: Die Bindung von Quarks in Hadronen kann also nicht mehr störungstheoretisch behandelt werden (Stattdessen: Gittereichtheorie). Das gleiche gilt auch für die Bindung von Nukleonen zu Kernen. Hier können effektive Theorien zu Nucleon <sup>z.B.:</sup> Austausch von Pionen):



114  
 2.3 Untersuchungen des  $q\bar{q}$ -Potentials mit Quarkonia (Abb VII. 5-7)

Analog zum gebundenen  $e^+e^-$ -Zustand (Positronium) eignen sich gebundene Zustände schwerer Quarks ( $c\bar{c}$  und  $b\bar{b}$ :  $J/\psi, \Upsilon$ ), um mehr über das  $q\bar{q}$  Potential zu lernen. Vergleicht man das Anregungsspektrum von Charmonium ( $c\bar{c}$ ) mit dem des Positroniums ( $e^+e^-$ ) findet man starke Analogien. (Abb 5-7)

Bem.: Das Charmonium als gebundener  $c\bar{c}$ -Zustand wurde 1974 gleichzeitig am BNL und SLAC entdeckt. Niedrigste Zustand  $J^{PC} = 1^{--}$  ist das  $J/\psi$  (J=Name durch S.C.C Ting,  $\psi$ =Name durch B. Richter)

$J/\psi$  (3,1 GeV)

Die niedrigsten Zustände des Charmoniums liegen unterhalb der kinematischen Schwelle ab der der starke Zerfall in 2 D-Mesonen ( $2 \times 1,87$  GeV) möglich ist. Diese Zustände können deshalb nur schwach zerfallen und haben deshalb verhältnismäßig große Lebensdauern und damit sehr schmale Halbwertsbreiten ( $\Gamma_{c\bar{c}} \approx 5$  keV)

Die Messung der Charmonium-Zustände unter der Annahme eines Potentials der obigen Form hat die folgende Parameter ergeben:

$$m_c \approx 1.5 \text{ GeV}/c^2$$

$$\alpha_s \approx 0.3 \text{ (c}\bar{\text{c}}) \quad \hbar a \approx 1 \text{ GeV}/\text{fm}$$

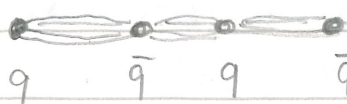
(Anmerk.: Beobachtung neuer  $c\bar{c}$ -Zustände - passen nicht alle in Spektrum)

2.4. Hadronisierung:

Aufgrund des Confinements ist die Produktion freier Quarks (oder farbgladener Gluonen) nicht möglich. Die Produktion des  $q\bar{q}$  Paares in der  $e^+e^-$ -Annihilation schlägt sich deshalb die Hadronisierung an:



Farbschleuch wird gespannt



ab gewisses Spanng brecht Farbschleuch auf und neue  $q\bar{q}$ -Paare entstehen

→ Entstehung  $q\bar{q}$ -Paare bilden Hadronen und Teilchen-Jets.