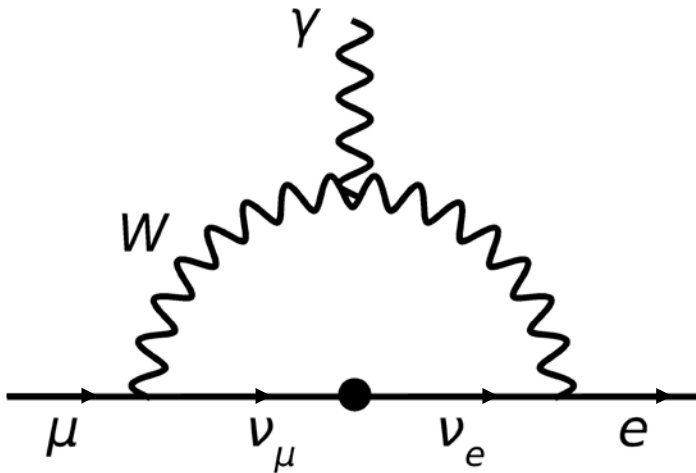


# Abb. V.0a Leptonzahlverletzung im $\mu$ -Zerfall

Für Neutrinos verletzt die Existenz von **Neutrino-Mixing** ( $\nu_i \leftrightarrow \nu_k$ ) explizit die **Leptonzahl**. Aufgrund dieser Verletzung kann es aufgrund höherer Ordnungen auch für **geladene Leptonen** zu sehr kleiner **Leptonzahlverletzung** kommen:

$$\mu^- \rightarrow e^- \gamma$$



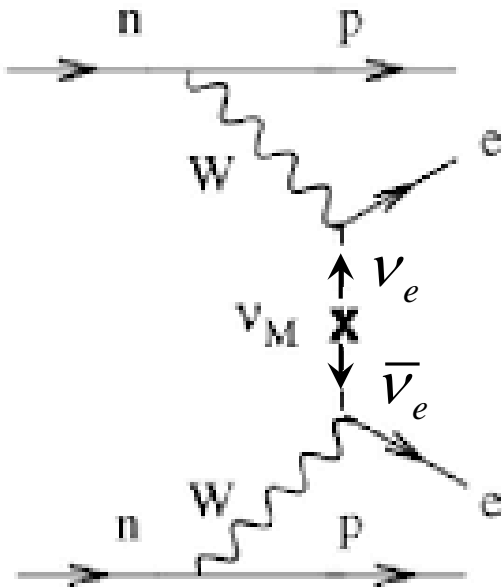
erwartetes Verzweigungsverhältnis:

$$BR < 10^{-53}$$

aktuelle Forschung: Limit  $< 10^{-11}$

# Abb. V.0b Majorana-Neutrinos in $0\nu 2\beta$

Für Neutrinos (neutral) ist unklar ob sie tatsächlich sogenannte Dirac-Fermionen (Fermion / Anti-Fermion) sind, oder ob sie vielleicht nicht ihr eigenes Antiteilchen sind (Fermion=Anti-Fermion): **Majorana-Teilchen**.



Im letzteren Fall wäre der neutrinolose Doppel-Beta-Zerfall möglich: Dieser Zerfall wäre dann natürlich **leptonzahlverletzend**.

Suche nach neutrinolosem  $2\beta$ -Zerfall ist deshalb Gegenstand aktueller Forschung.

# Abb. V.1 Kopplung von Spins

Spin für zusammengesetzte Systeme am Beispiel von Positronium  $e^+e^-$

1-Teilchen Spinzustände  $J \quad J_z$

$$|\uparrow\rangle = \left| \frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right\rangle \quad |\downarrow\rangle = \left| \frac{1}{2}; -\frac{1}{2} \right\rangle$$

2-Teilchen Spinzustände

$$\begin{array}{l}
 J = 1 \quad \left\{ \begin{array}{l}
 J_z = 1 \quad |\uparrow\rangle|\uparrow\rangle \quad \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle \\
 J_z = 0 \quad \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\rangle|\downarrow\rangle + |\downarrow\rangle|\uparrow\rangle) \quad \left| \frac{1}{2} \quad -\frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle \\
 J_z = -1 \quad |\downarrow\rangle|\downarrow\rangle
 \end{array} \right. \quad \text{Symmetrisches Triplett} \\
 \\
 J = 0 \quad J_z = 0 \quad \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\rangle|\downarrow\rangle - |\downarrow\rangle|\uparrow\rangle) \quad \text{Aymmetrisches Singulett:}
 \end{array}$$

# Abb. V.2 Clebsch-Gordan Koeffizienten

Note: A square-root sign is to be understood over *every* coefficient, e.g., for  $-8/15$  read  $-\sqrt{8/15}$ .

Notation:

$J$	$J$	...
$M$	$M$	...

$m_1$	$m_2$	Coefficients
$m_1$	$m_2$	
$\vdots$	$\vdots$	
$\vdots$	$\vdots$	
$\vdots$	$\vdots$	

$1/2 \times 1/2$

1			
+1	1	0	
+1/2+1/2	1	0	0
+1/2 -1/2	1/2	1/2	1
-1/2 +1/2	1/2	-1/2	-1
-1/2-1/2			1

$$Y_1^0 = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos \theta$$

$$Y_1^1 = -\sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \theta e^{i\phi}$$

$$Y_2^0 = \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \left( \frac{3}{2} \cos^2 \theta - \frac{1}{2} \right)$$

$$Y_2^1 = -\sqrt{\frac{15}{8\pi}} \sin \theta \cos \theta e^{i\phi}$$

$$Y_2^2 = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{15}{2\pi}} \sin^2 \theta e^{2i\phi}$$

$2 \times 1/2$

5/2				
+5/2	5/2	3/2		
+2 +1/2	1	+3/2+3/2		
+2 -1/2	1/5	4/5	5/2	3/2
+1 +1/2	4/5-1/5	+1/2 +1/2		

+1-1/2	2/5	3/5	5/2	3/2
0+1/2	3/5	-2/5	-1/2	-1/2

0 -1/2	3/5	2/5	5/2	3/2
-1 +1/2	2/5	-3/5	-3/2	-3/2

$3/2 \times 1/2$

2				
+2	2	1		
+3/2 +1/2	1	+1 +1		
+3/2 -1/2	1/4	3/4	2	1
+1/2 +1/2	3/4-1/4	0	0	

+1/2-1/2	1/2	1/2	2	1
-1/2+1/2	1/2	-1/2	-1	-1

-1/2-1/2	3/4	1/4	2	
-3/2+1/2	1/4	-3/4	-2	

-3/2-1/2			1	
----------	--	--	---	--

$3/2 \times 1$

5/2				
+5/2	5/2	3/2		
+3/2 +1	1	+3/2 +3/2		
+3/2 0	2/5	3/5	5/2	3/2
+1/2 +1	3/5	-2/5	+1/2	+1/2

+3/2-1	1/10	2/5	1/2	
+1/2 0	3/5	1/15	-1/3	5/2
-1/2+1	3/10	-8/15	1/6	-1/2

+1/2-1	3/10	8/15	1/6	5/2
-1/2 0	3/5	-1/15	-1/3	3/2
-3/2+1	1/10	-2/5	1/2	-3/2

-1/2-1	3/5	2/5	5/2	
-3/2 0	2/5	-3/5	-5/2	

-3/2-1			1	
--------	--	--	---	--

$1 \times 1/2$

3/2				
+3/2	3/2	1/2		
+1 +1/2	1	+1/2+1/2		
+1 -1/2	1/3	2/3	3/2	1/2
0+1/2	2/3	-1/3	-1/2	-1/2

0 -1/2	2/3	1/3	3/2	
-1 +1/2	1/3	-2/3	-3/2	

0 -1/2	1/15	1/3	3/5	
+1 0	8/15	1/6	-3/10	3
0+1	2/5	-1/2	1/10	2

$1 \times 1$

2				
+2	2	1		
+1 +1	1	+1 +1		
+1 0	1/2	1/2	2	1
0+1	1/2	-1/2	0	0

+1 -1	1/5	1/2	3/10	3
0 0	3/5	0	-2/5	2
-1 +1	1/5	-1/2	3/10	-1

0 -1	2/5	1/2	1/10	3
-1 0	8/15	-1/6	-3/10	2
-2 +1	1/15	-1/3	3/5	-2

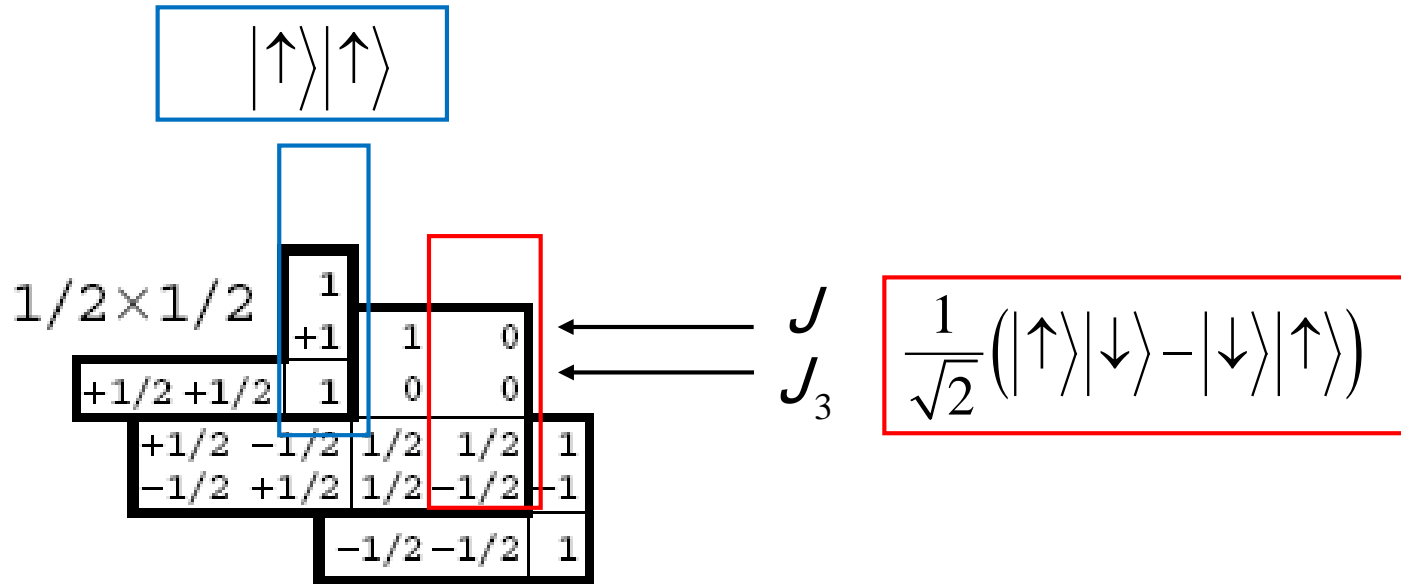
$Y_\ell^{-m} = (-1)^m Y_\ell^{m*}$

0 -1	1/2	1/2	2	
-1 0	1/2	-1/2	-2	
-1 -1			1	

$$d_{m,0}^\ell = \sqrt{\frac{4\pi}{2\ell+1}} Y_\ell^m e^{-im\phi}$$

$$\langle j_1 j_2 m_1 m_2 | j_1 j_2 J M \rangle = (-1)^{J-j_1-j_2} \langle j_2 j_1 m_2 m_1 | j_2 j_1 J M \rangle$$

# Abb. V.3 Anwendung von Clebsch-Gordon Koeffizienten



# Abb. V.4 Isospin für 2-Nukleonensystem

1-Teilchen

$$\text{Isospin: } I \quad I_3$$

$$|p\rangle = \left| \frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right\rangle \quad |n\rangle = \left| \frac{1}{2}; -\frac{1}{2} \right\rangle$$

2-Teilchen

$$I = 1 \quad \text{Triplett} \quad \left\{ \begin{array}{l} I_3 = 1 \quad |p\rangle|p\rangle \\ I_3 = 0 \quad \frac{1}{\sqrt{2}}(|p\rangle|n\rangle + |n\rangle|p\rangle) \\ I_3 = -1 \quad |n\rangle|n\rangle \end{array} \right.$$

$$I = 0 \quad \text{Singlett} \quad I_3 = 0 \quad \frac{1}{\sqrt{2}}(|p\rangle|n\rangle - |n\rangle|p\rangle)$$

# Abb. V.5 Isospinerhaltung in starker WW

$$(1) \quad p + p \rightarrow d^+ + \pi^+$$

$$I: \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad 0 \quad 1$$

$$I_3: \quad +\frac{1}{2} \quad +\frac{1}{2} \quad 0 \quad +1$$

$$(2) \quad p + n \rightarrow d^+ + \pi^0$$

$$I: \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad 0 \quad 1$$

$$I_3: \quad +\frac{1}{2} \quad -\frac{1}{2} \quad 0 \quad 0$$

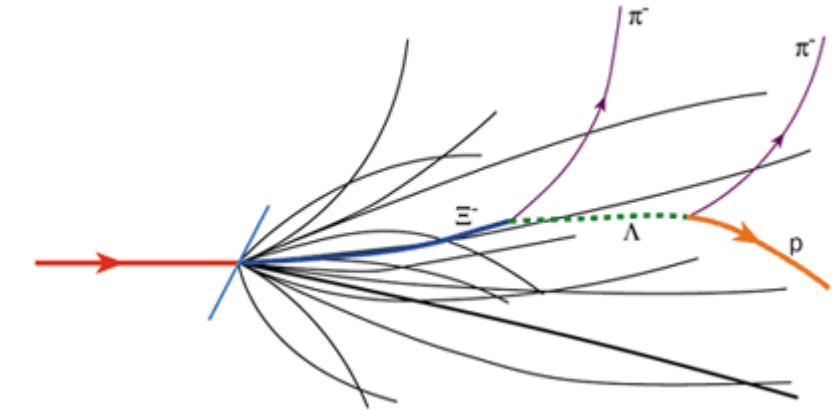
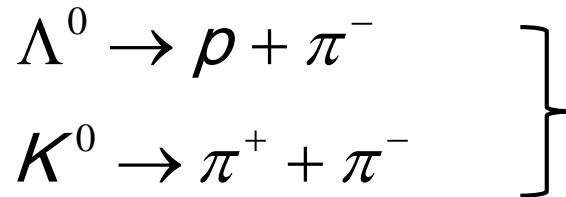
$$pn \quad \left\{ \begin{array}{l} I = 1 \quad I_3 = 0 \\ I = 0 \quad I_3 = 0 \end{array} \right.$$

Für (pn) Streuung kann das System im Zustand  $I=1$  (50%) oder  $I=0$  (50%) sein. Wegen Isospinerhaltung in starker WW trägt aber nur die Komponente  $I=1$  bei (50%).

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{1}{2}$$

# Abb V.6 Strangeness S (S Erhaltung in starker WW)

Strangeness wurde als zusätzliche Quantenzahl eingeführt nachdem Teilchen entdeckt wurden, die eine lange Lebensdauer und einen sehr charakteristischen Zerfall aufweisen:



“V-Signatur”

Strangeness-Quantenzahl S:

$K^0$	$K^+$	$K^-$	$\Lambda$	$\bar{\Lambda}$
S = +1	+1	-1	-1	+1

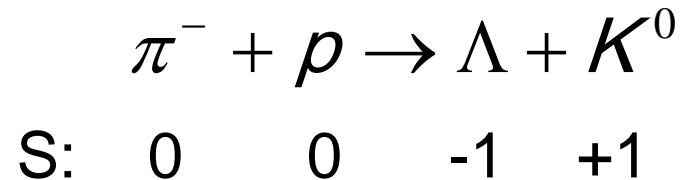
Heute wissen wir, dass diese Teilchen ein  $\bar{s}$  (S=+1) oder ein s-Quark (S=-1) enthalten.



# Abb V.6a S-Erhaltung und assoziierte Produktion

Wie der Isospin ist auch die Strangeness in der starken Wechselwirkung erhalten.

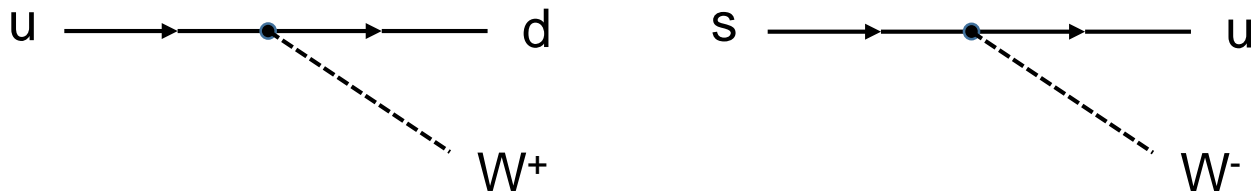
Assoziierte Strangeness Produktion:



In starker WW wird zu jedem strange ein anti-strange Teilchen erzeugt.

# Abb V.6b Stangeness und Isospin Verletzung

Sowohl Isospin als auch Strangeness sind in der schwachen WW nicht erhalten:



Heute benutzt man statt des Isospins die Quarkflavor-Zahl (U, D, S, C; B). Diese sind sowohl in der e.m. als auch in der starken WW erhalten, aber in der schwachen WW verletzt.