III.4a Teilchen im Zeit und Energieraum

Zeitraum:

$$\psi(t) = \psi_0 \exp\left[(-imc^2 - 1/2\tau)\, t/\hbar\right]$$

$$\mathcal{P}(t) \sim |\psi(t)|^2 \sim \exp(-t/\tau)$$

Fourier-Transf.

Energieraum:

$$\tilde{\psi}(E) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int \psi(t) \exp(+i\, E/\hbar \cdot t)\, dt$$

$$= \frac{\psi_0}{\sqrt{2\pi}} \frac{i\hbar}{(E - mc^2) + i\,\Gamma/2}$$

$$\tilde{\mathcal{P}}(E) \sim |\tilde{\psi}(E)|^2 = C \cdot \frac{\hbar^2}{(E - mc^2)^2 + \Gamma^2/4} \cdot \frac{|\psi_0|^2}{2\pi}$$

$$\tilde{\mathcal{P}}(E) = \frac{1}{2\pi} \frac{\Gamma}{(E - mc^2)^2 + \Gamma^2/4}$$

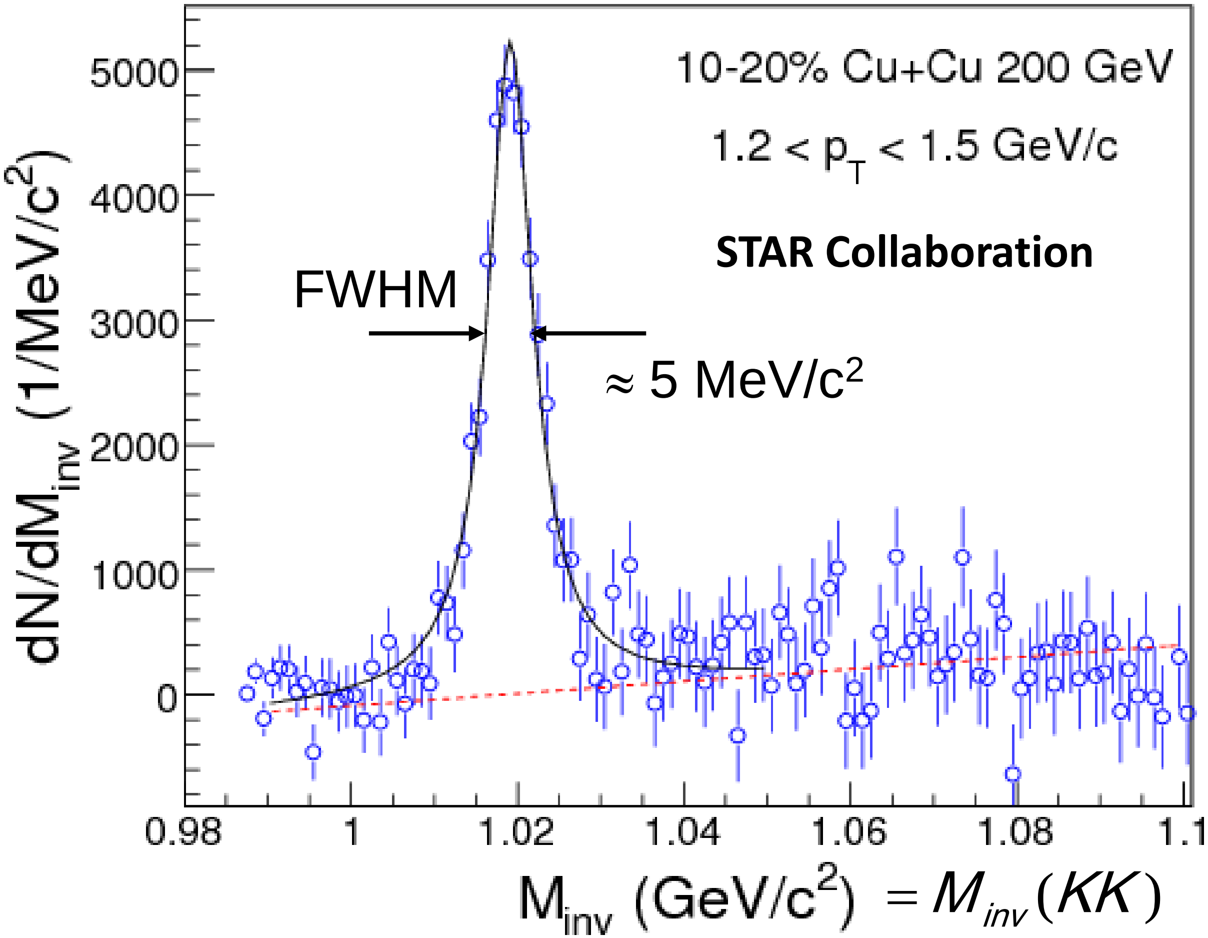
Normierung:

$$C = \frac{\Gamma}{\hbar^2 |\psi_0|^2}$$

Herleitung: s. z.B. Frauenfelder

Abb. III.4b: Phi-Resonance

$$\phi(s\bar{s}) \to K^+(u\bar{s})K^-(\bar{u}s)$$



$$\tau = \frac{\hbar}{\Gamma} \approx \frac{6.582 \cdot 10^{-22}\,\text{MeVs}}{5\,\text{MeV}} \approx 1.3 \cdot 10^{-22}\,s$$

Abb. III.4c Δ-Resonanz

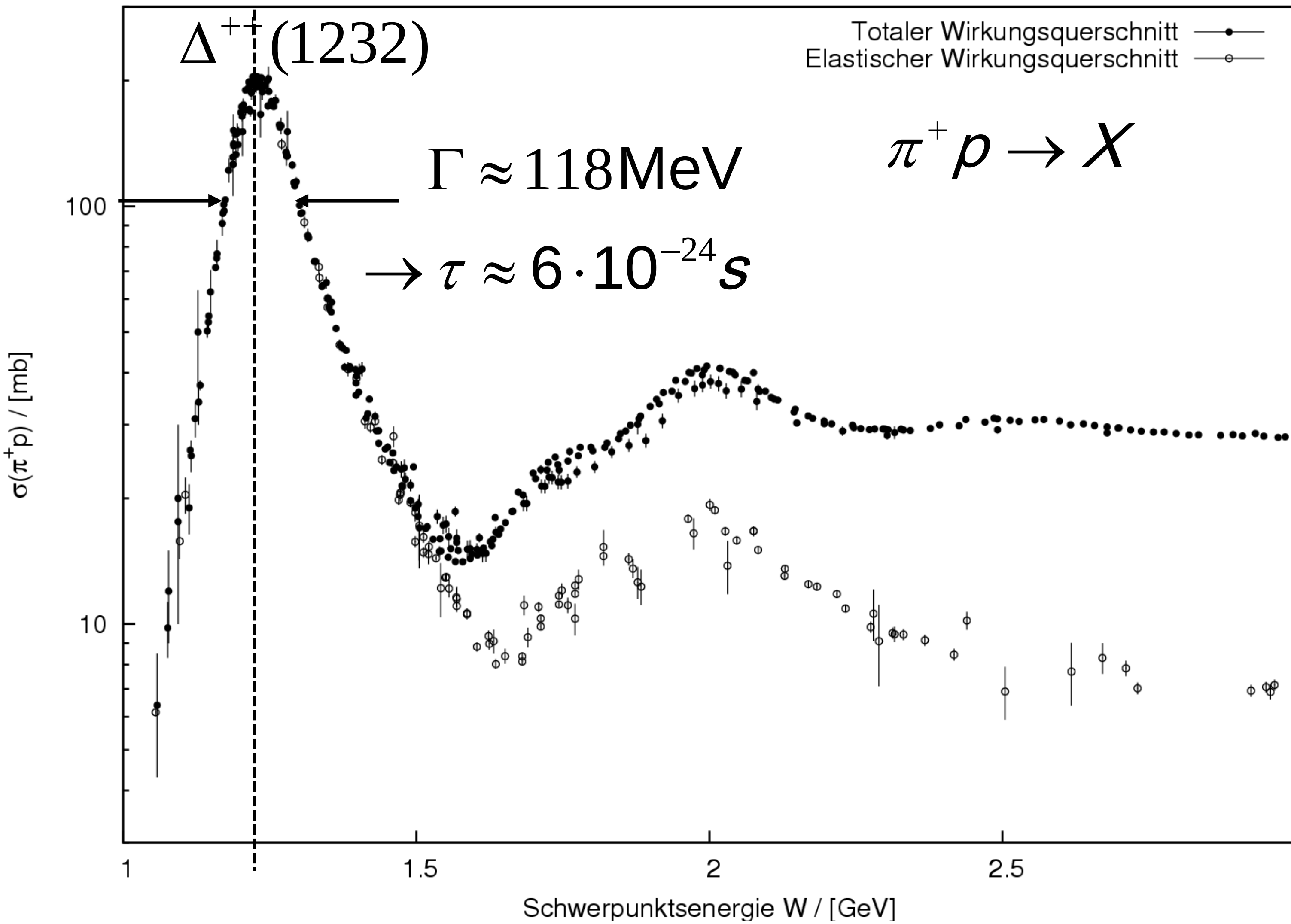
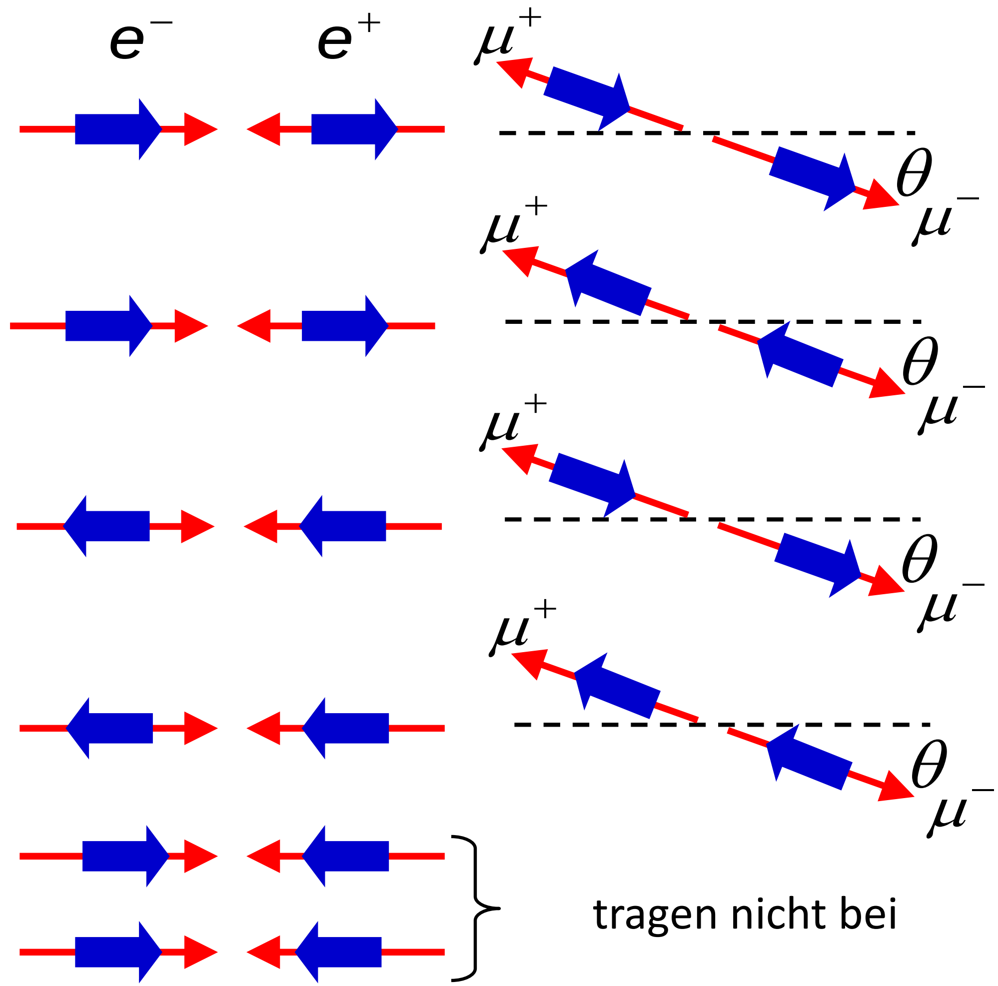


Abb. III.5: Mögliche Spinamplituden: Photon-Spin = 1

$e^-e^+ \quad \mu^-\mu^+$



$A(RL \to RL)$ $\quad d^1_{1+1} \sim \frac{1+\cos\theta}{2}$

$A(RL \to LR)$ $\quad d^1_{1-1} \sim \frac{1-\cos\theta}{2}$

$A(LR \to RL)$ $\quad \sim \frac{1-\cos\theta}{2}$

$A(LR \to LR)$ $\quad \sim \frac{1+\cos\theta}{2}$

$A(RR \to \cdots)$

$A(LL \to \cdots)$

$$\overline{|A_{fi}|^2} = \frac{1}{4}\sum_i |A_i|^2$$

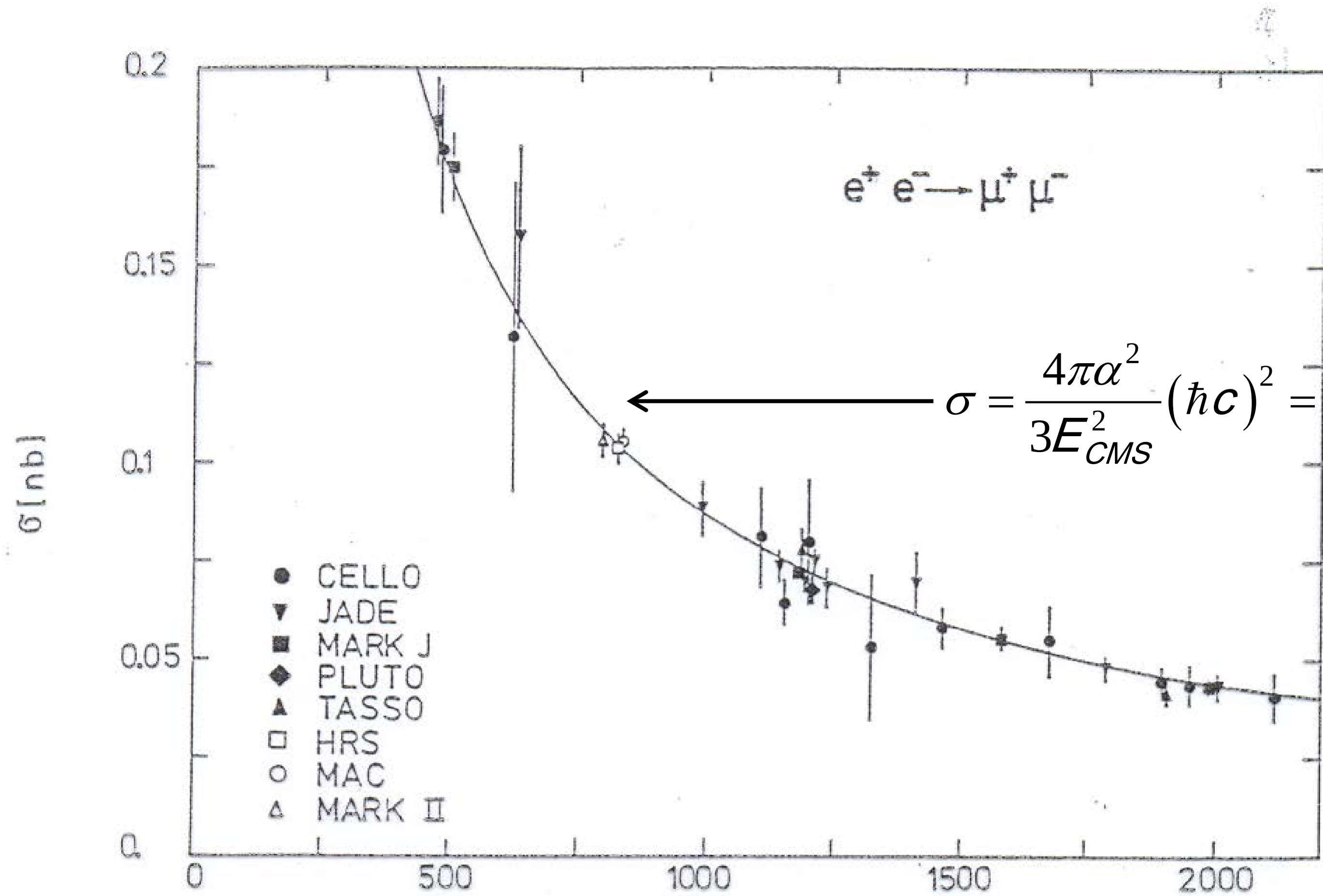
$$\overline{|A_{fi}|^2} = \frac{1}{4}(1+\cos^2\theta)\cdot\left(\frac{4\pi\alpha}{E^2_{CMS}}\right)^2(\hbar c)^6$$

$\underbrace{\hphantom{e^-e^+ \quad \mu^-\mu^+ \quad A(RL \to RL)}}$

Summiere aller (Ausgangsamplituden)^2

Mittel über 4 mögliche Eingangsamplituden

Abb. III.6: Wirkungsquerschnitt $e^+e^- \rightarrow \mu^-\mu^+$



$$\sigma = \frac{4\pi\alpha^2}{3E_{CMS}^2}(\hbar c)^2 = \frac{87\,\mathrm{nb}}{E_{CMS}^2[\mathrm{GeV}^2]}$$

$E_{CMS}^2\left[\mathrm{GeV}^2\right]$

Abb. III.7a: Lorentzinvarianter Phasenraum (III.6)

Lorentz-invariante Formulierung von Fermi's Goldener Regel:

$$\omega = \frac{2\pi}{\hbar} \cdot \underbrace{\frac{\left|M_{fi}\right|^2}{\prod_i 2E_i}}_{\text{alle initial-state Teilchen}} \cdot \rho$$

$$\rho = \frac{d}{dE_{tot}} \left(\frac{1}{(2\pi\hbar)^{2(n-1)}} \cdot \overbrace{\int \underbrace{\frac{d^3 p_1}{2E_1}}_{\text{Lorentzinvariantes Maß}} \cdot \ldots \cdot \frac{d^3 p_n}{2E_n}}^{\text{n final-state Teilchen}} \right)$$

$M_{fi} =$ Lorentz-invariante Übergangsamplitude

Abb. III.7b Wirkungsquerschnitt und Zerfallsbreite

(III.6)

Man findet für den 2-Teilchen Wirkungsquerschnitt a+b $\rightarrow$1+2

$$d\sigma = \frac{1}{64\pi^2}\left(\frac{1}{\hbar^4 c^4}\right)\cdot\frac{1}{s}\cdot\left|M_{fi}\right|^2 d\Omega_1 \qquad s = \left(p_a + p_b\right)^2$$

Und für den 2-Teilchen-Zerfall A $\rightarrow$1+2

$$d\Gamma = \frac{1}{32\pi^2}\cdot\frac{\left|\vec{p}_1\right|}{\mathrm{M}^2}\cdot\left|M_{fi}\right|^2 d\Omega_1$$

M = Masse von A