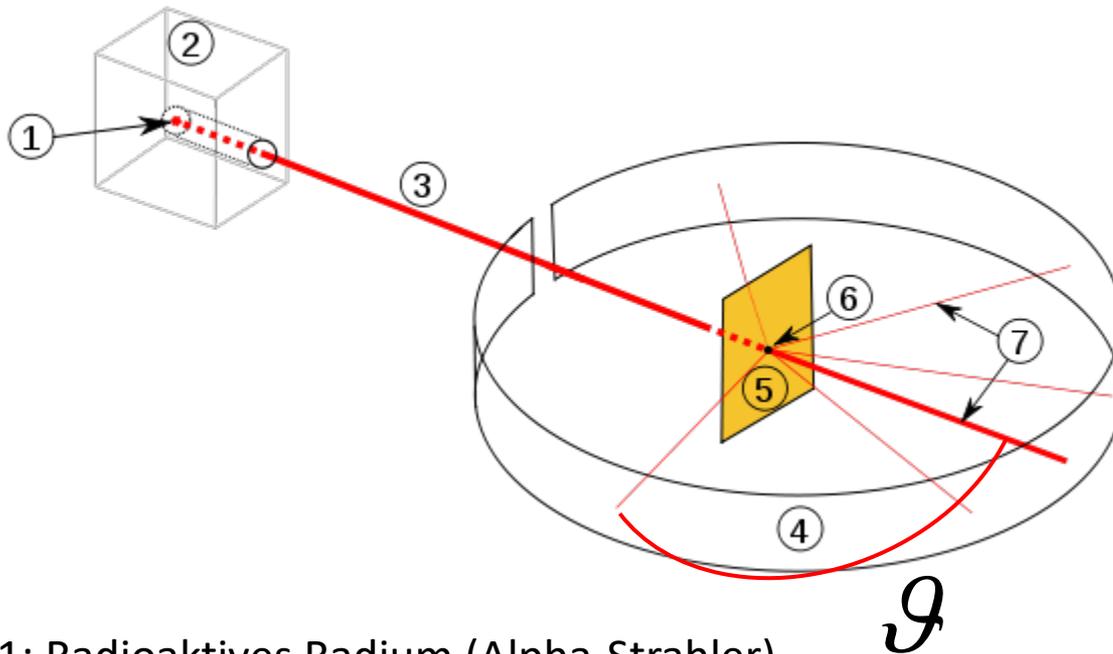


Abb. VI.1 Rutherford-Experiment

H. Geiger, E. Mardsen, E.Rutherford, Manchester, 1909 - 1913



- 1: Radioaktives Radium (Alpha-Strahler)
- 2: Bleimantel zur Abschirmung,
- 3: Alpha-Teilchenstrahl
- 4: Leuchtschirm bzw. Fotoschirm
- 5: Goldfolie
- 6: Punkt, an dem die Strahlen auf die Folie treffen

(Bildnachweis: Wikipedia)

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{z^2 Z^2 \alpha^2}{16 E_{kin}^2 \sin^4 \frac{\vartheta}{2}} (\hbar c)^2$$

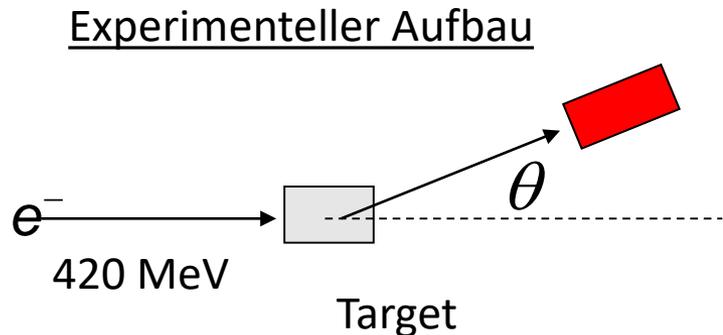


Große Streuwinkel (180°)
möglich!

Abb. VI. 2a Elektronen-Kern Streuung

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{exp}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} \cdot |F(\vec{q}^2)|^2$$

Bei fester Energie der einfallenden Elektronen misst man für verschiedene Streuwinkel des Elektrons den WQ. Verschiedene Streuwinkel θ entsprechen verschiedenen q^2 Werten.



“Rutherford II”

Abb. VI. 2b Elektronen-Kern Streuung

R. Hofstadter, Stanford 1956/57

500 MeV Linearbeschleuniger

Nobelpreis 1961

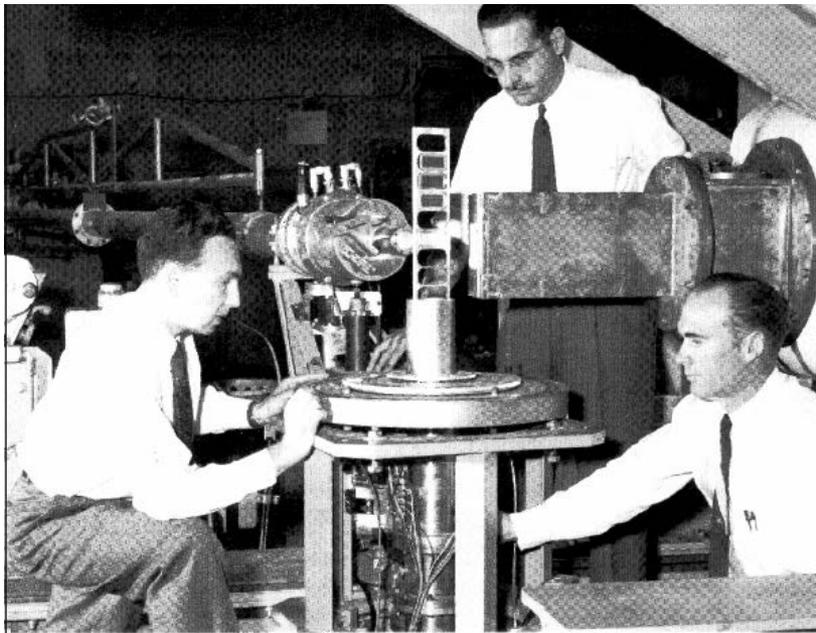


Abb. 3.5: Das Experiment von Robert Hofstadter (links) bei SLAC; neben ihm seine Kollegen Lance Rogers (oben) und Bud Bunkers (Foto SLAC).

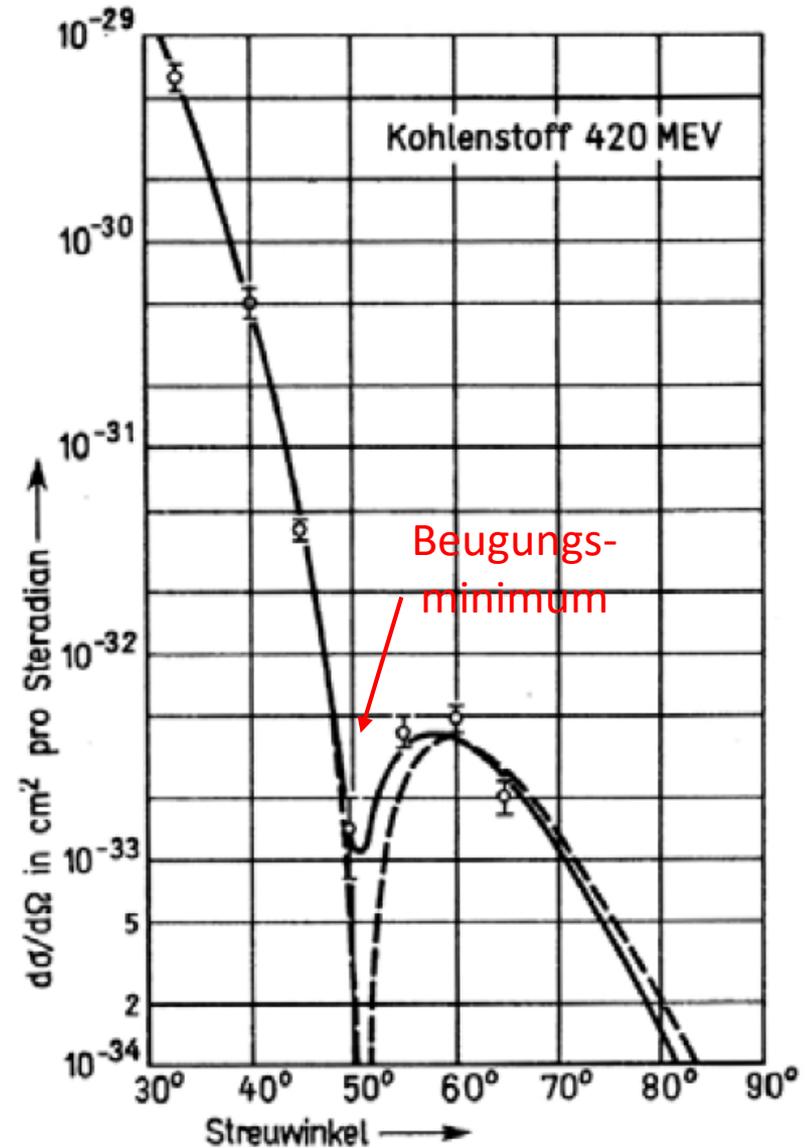


Fig-TP-4.3

Abb. VI.3a Ladungsverteilung und Formfaktoren

In Praxis kann Formfaktor nur in einem begrenzten q^2 Bereich gemessen werden, so dass eine Fourier-Rücktransformation nicht möglich ist.

Stattdessen wählt man verschiedene Modell Ansätze zur Beschreibung der Ladungsverteilung: Fourier-Transformierte des Modells wird an gemessenen Formfaktor angepasst und bestimmt so die freien Modellparameter.

Beispiele:

Ladungsverteilung $f(r)$		Formfaktor $F(q^2)$	
Punkt	$\delta(r)/4\pi$	1	konstant
exponentiell	$(a^3/8\pi) \cdot \exp(-ar)$	$(1 + q^2/a^2\hbar^2)^{-2}$	Dipol
Gauß	$(a^2/2\pi)^{3/2} \cdot \exp(-a^2r^2/2)$	$\exp(-q^2/2a^2\hbar^2)$	Gauß
homogene Kugel	$\begin{cases} 3/4\pi R^3 & \text{für } r \leq R \\ 0 & \text{für } r > R \end{cases}$	$3\alpha^{-3} (\sin \alpha - \alpha \cos \alpha)$ mit $\alpha = q R/\hbar$	oszillierend

Abb. VI.3b Ladungsverteilung und Formfaktoren

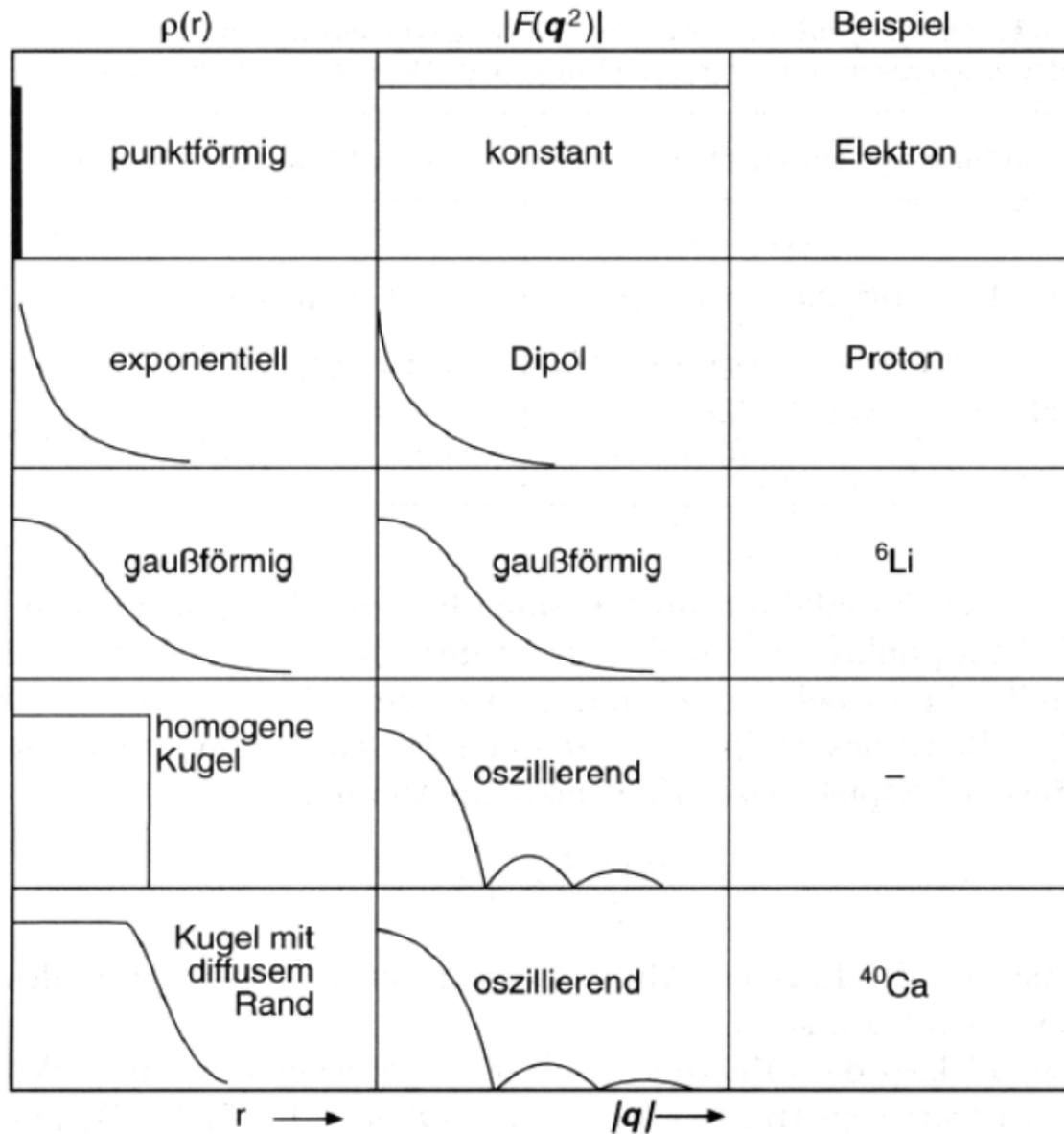
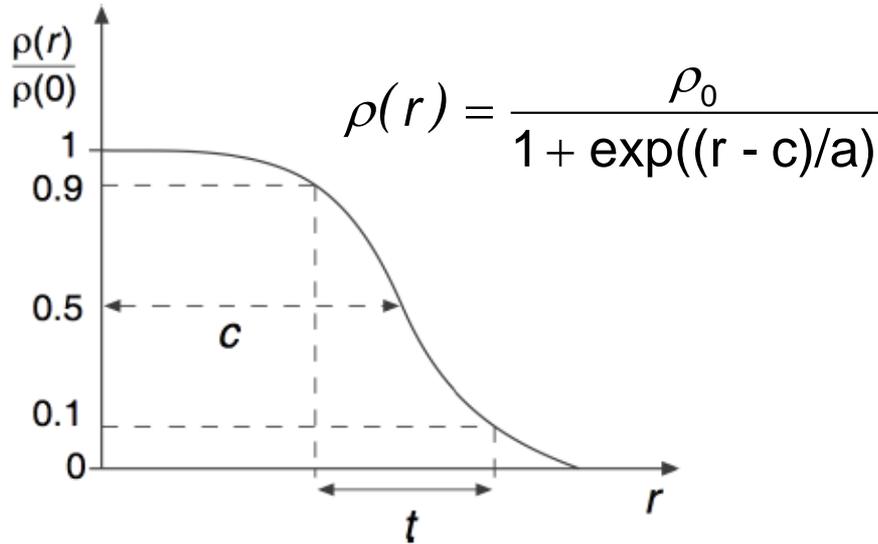


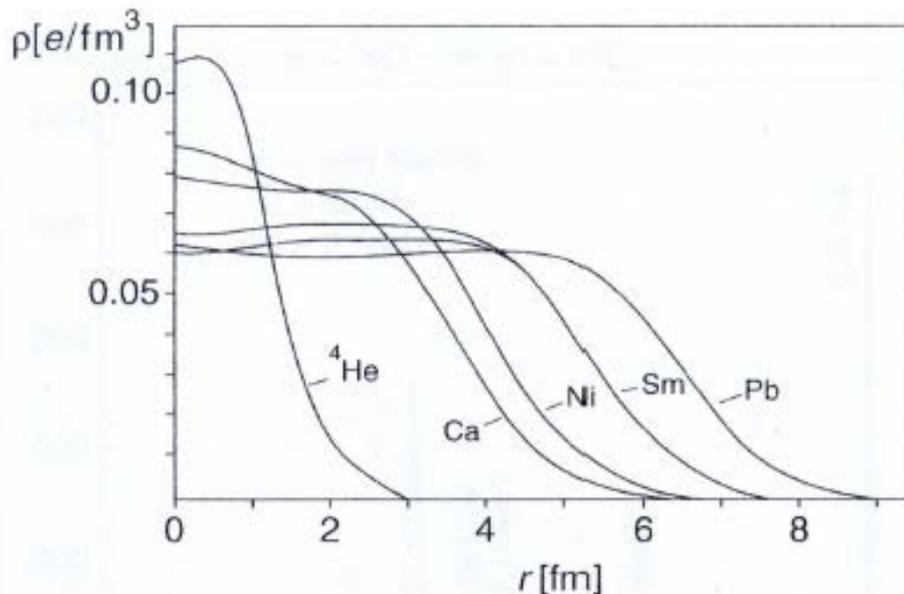
Abb. VI.4 Ladungsverteilung in Kernen

Näherungsweise beschrieben durch Fermi-Funktion:



c = Halbdichte-Radius \approx
 $\approx (1.18 A^{1/3} - 0.48) \text{ fm}$ ($\approx 1.07 A^{1/3}$)

t = Oberflächendicke (10-90%) \approx
 $4 \ln 3 \cdot a \approx 4.4 a \approx 2.4 \text{ fm}$
 für große Kerne $a \approx 0.545 \text{ fm}$
 (konstant)



- Nukleonendichte durch Multiplikation mit A/Z : Für schwere Kerne ist Nukleonendichte nahezu konstant: $\rho \approx 0.17 \text{ Nukleon} / \text{fm}^3$
- Bei kleinen Kernen keine Ausbildung eines Dichteplateaus
- Einige Kerne sind Ellipsoide.

Abb. VI.4a Kernradien im Modell "harter Kugeln"

Oft werden Kern näherungsweise durch Kugel mit "hartem" Rand und Radius R beschrieben. Für diese ist $\langle r^2 \rangle$ gegeben durch:

$$\begin{aligned} \langle r^2 \rangle_{\text{hart}} &= \int \underbrace{\vec{r}^2 \rho(r)}_{= 1 / \text{Volumen}} d\vec{r} = \frac{3}{4\pi R^3} 4\pi \int_0^R r^4 dr = \frac{3}{5} R^2 \\ &= 1 / \text{Volumen} \end{aligned}$$

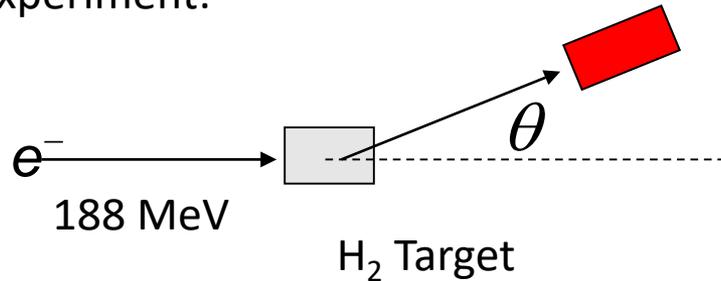
Mit $\langle r^2 \rangle_{\text{hart}} = (0.94 \cdot A^{1/3} \text{ fm})^2$

 $R_{\text{hart}} = \sqrt{5/3} \cdot 0.94 \cdot A^{1/3} \text{ fm} = 1.2 \cdot A^{1/3} \text{ fm}$

= Abschätzung der Kernradien aus Kapitel II.1

Abb. VI.5 Bestimmung der Proton-Formfaktoren

Experiment:



SLAC 1956: R. Hofstadter, R.W. Mc Allister

- a) Mott: Spin $\frac{1}{2}$ Elektron an Spin 0 (Punktförmig): $G_E = 1$, $G_M = 0$
- b) Dirac: Spin $\frac{1}{2}$ Elektronen an Spin $\frac{1}{2}$ Proton (punktf): $G_E = 1$, $G_M = 1$
- c) Wie Dirac aber anomales magn. Moment: $G_E = 1$, $G_M = 2.79$
- d) Rosenbluth: Punktf Spin $\frac{1}{2}$ Elektronen an ausgedehntem Spin $\frac{1}{2}$ Proton

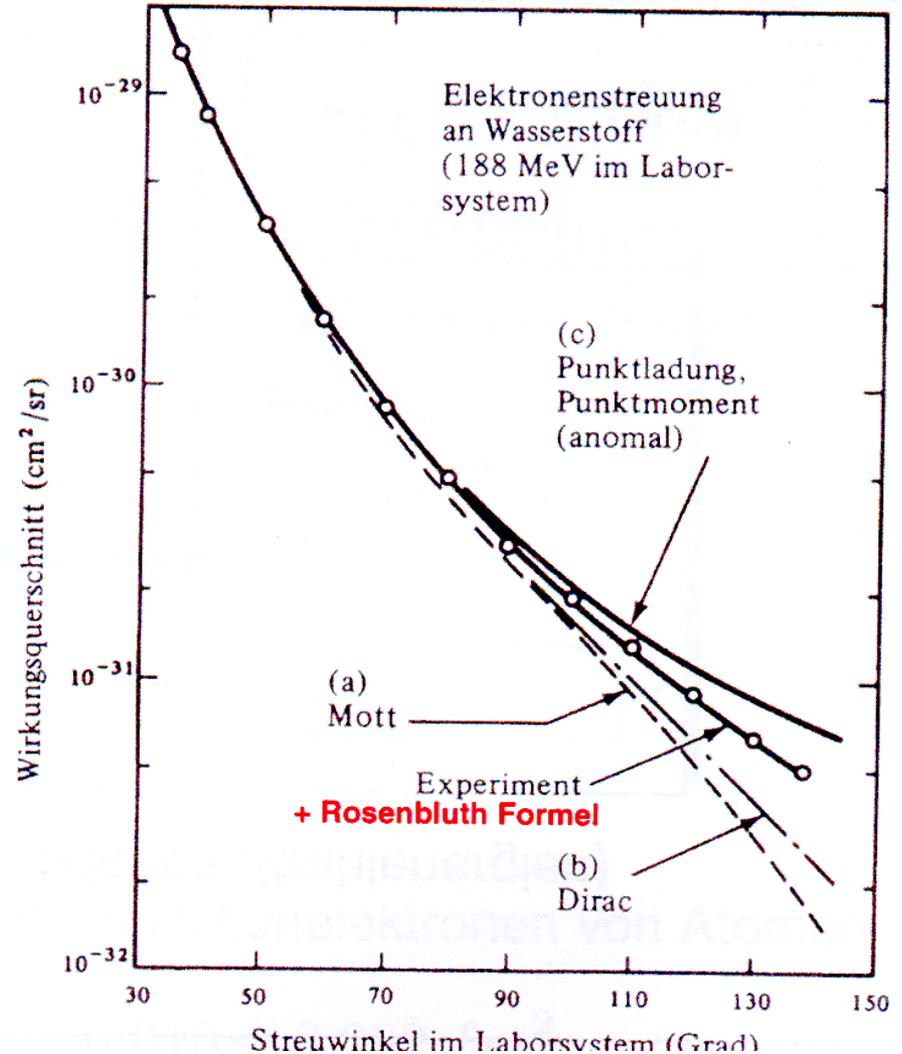


Abb. VI.6 Rosenbluth-Diagramm: Elektr. + magnet. FF

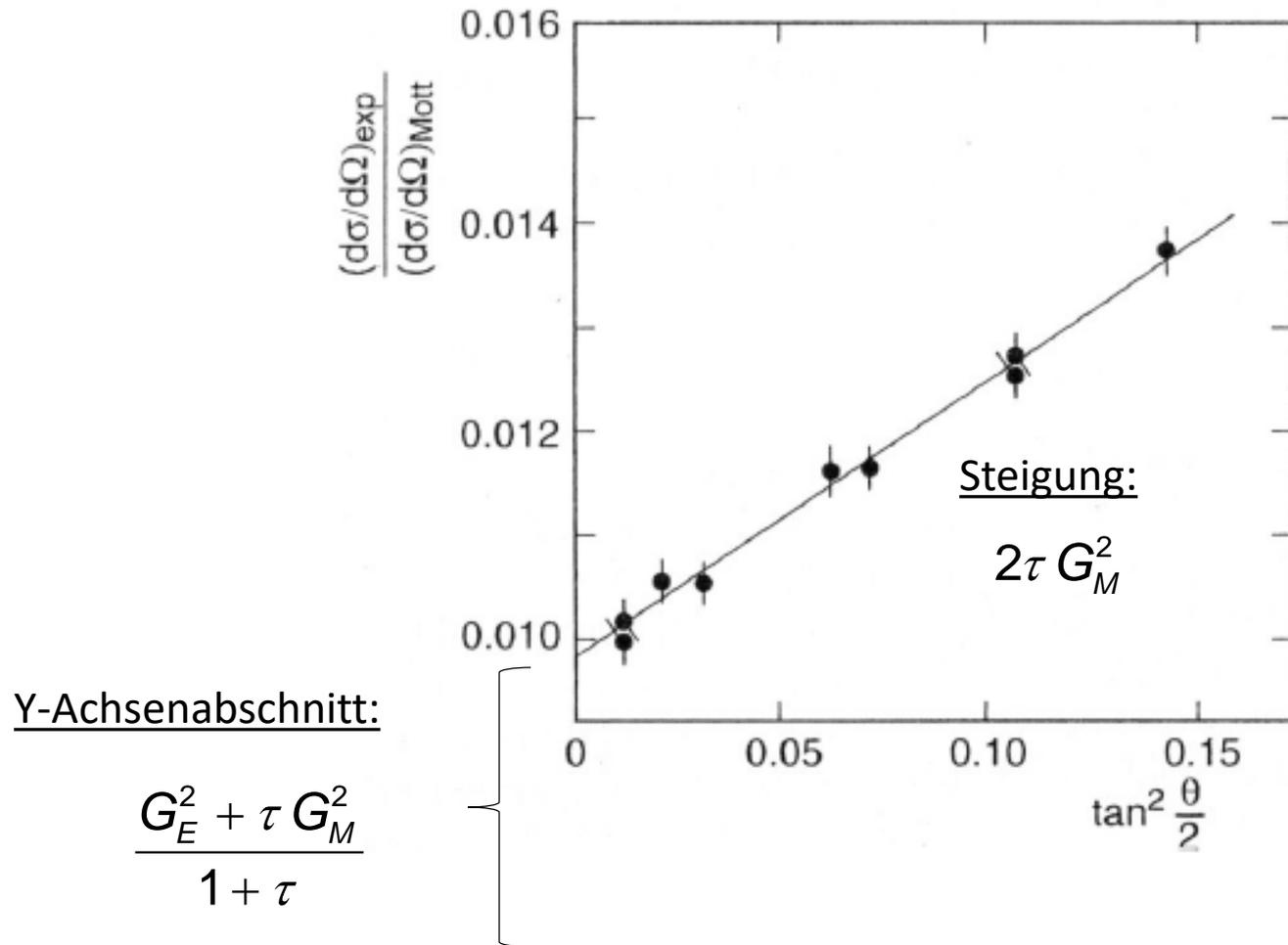
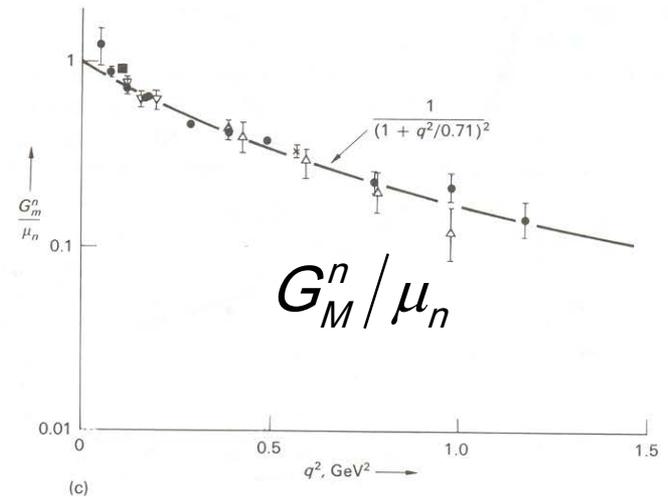
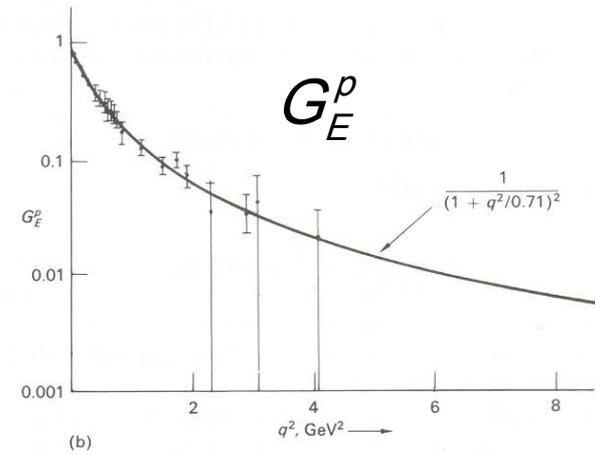
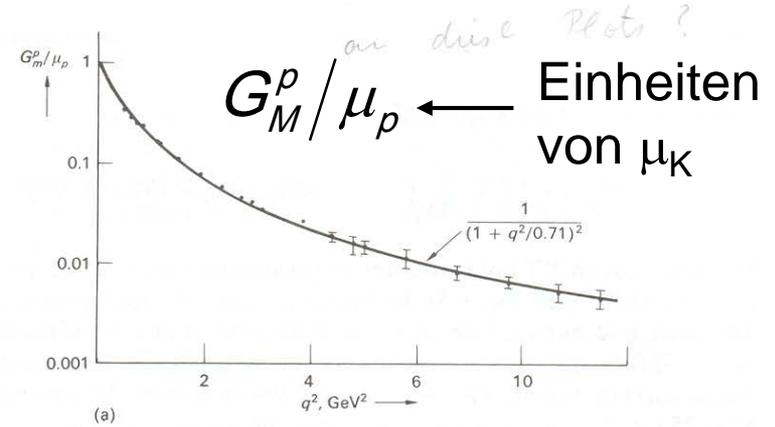
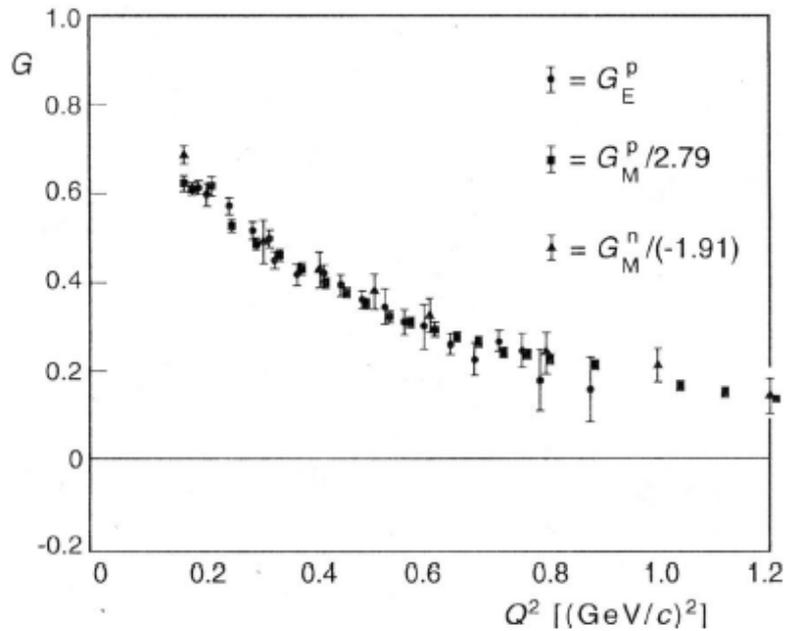


Abb. VI.7 Elektrischer und magnetischer Formfaktor



Wiederholung 1:

Rutherford-Streuung:

(pktf., kein Spin, kein Rückstoß)

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Rutherford} = \frac{Z^2 \alpha^2}{4E^2 \sin^4 \theta / 2} \cdot \hbar^2 c^2 \left(\frac{E'}{E}\right)$$

mit Rückstoß

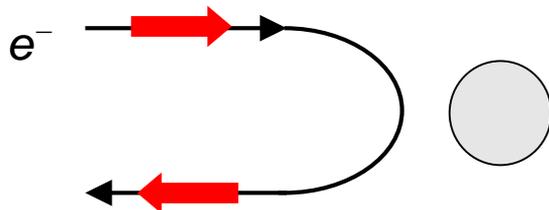
Für nicht-relativistische Teilchen kann man statt E auch $2 \cdot E_{kin}$ benutzen:

$$pc\beta = E \quad \text{bzw.} \quad pc\beta = 2E_{kin} \quad (\text{nicht relativistisch})$$

Mott-Streuung:

(e-Streuung an spinlosem Target)

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Rutherford} \cdot \left(1 - \beta^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}\right)$$



$$\beta \approx 1 \quad = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Rutherford} \left(\cos^2 \frac{\theta}{2}\right)$$

Wiederholung 2:

Elektronen-Streuung an Kern:
(Kugelsymmetrie)

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right) = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{Mott} \cdot |F(\vec{q}^2)|^2$$

Formfaktor ist Fourier-Transformierte der Ladungsverteilung

$$F(\vec{q}^2) = e \int f(r) \exp(i\vec{q}\vec{r}) d\vec{r}$$

Bemerkung:

Für kugelsymmetrische Ladungsverteilungen ist $F(q^2)$ reell.

Elektron-Nukleon/Kernstreuung: WQ → Formfaktor → Ladungsverteilung
= Struktur