12. Schwache Wechselwirkung

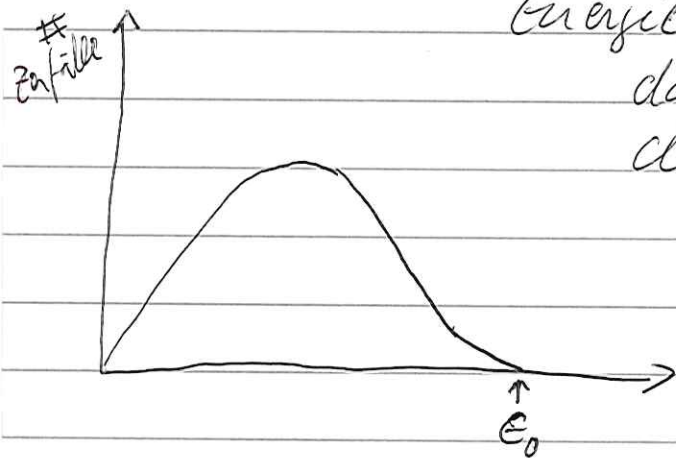
12.1 Betazerfall

$n \to p + e^- + \bar{\nu}_e$ bzw allg. ${}^A_Z X \to {}^A_{Z+1} Y + e^- + \bar{\nu}_e$ β^--Zerfall

${}^A_Z X \to {}^A_{Z-1} Y + e^+ + \nu_e$ β^+-Zerfall

$e^- + {}^A_Z X \to {}^A_{Z-1} Y + \nu_e$ Elektroneneinfang EC } konkurrent

bereits in 1920er Jahren beobachtet: im Gegensatz zu Alphaspektrum mit diskreten Linien ist β-Spektrum kontinuierlich zwischen Energie 0 und max Energie E_0. → führte Pauli dazu, im Endzustand 3 Teilchen zu postulieren: ein (praktisch) masseloses Teilchen, Neutrino, nimmt Teil der freigesetzten Energie mit. Rückstoß des Kerns praktisch vernachlässigbar



$E_0 = Q - E_R \simeq Q$ im β-Zerfall freigesetzte Energie

Wie können wir Form des β-Spektrums verstehen?
Grundlage ist Fermi's Goldene Regel:
Rate $W = dP/dt = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle \psi_f | H_{int} | \psi_i \rangle|^2 \varrho(E)$

3-Teilchen-Phasenraum unter Bedingung, daß im CM $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 = 0$, d.h. nur 2 Impulse können unabhängig variieren, da dritte ist fest.

$H_3 = \frac{V^2}{(2\pi\hbar)^6} \int d^3p_1 \int d^3p_2 \rightsquigarrow \varrho_3 = \frac{dH_3}{dE} = \frac{V^2}{(2\pi\hbar)^6} \frac{d}{dE} \int d^3p_1 \int d^3p_2$

für β-Zerfall $\varrho_3 = \frac{V^2}{(2\pi\hbar)^6} \frac{d}{dE_0} \int p_e^2 dp_e d\Omega_e \int p_\nu^2 dp_\nu d\Omega_\nu$

↑ fest! also: wie verändert sich ζ und damit ϱ_3 mit Variation von E_0

Berechnung des Elektronspektrums:
für Impulse zwischen p_e und $p_e + dp_e$
- p_e und E_0 seien dann gegeben, d.h. $d/dE_0 \to$ kein Effekt auf Elektronenimpuls
für masseloses Neutrino $E_0 = T_e + p_\nu c \approx \frac{dp_\nu}{dE_0} = \frac{1}{c}$
setze $V = 1$

$$\to d\varrho_3(p_e) = \frac{d\Omega_e d\Omega_\nu}{(2\pi\hbar)^6 c} p_e^2 p_\nu^2 dp_e = \frac{d\Omega_e d\Omega_\nu}{(2\pi\hbar)^6 c^3} p_e^2 (E_0 - T_e)^2 dp_e$$

$$dW = \frac{1}{2\pi^3 c^3 \hbar^7} \underbrace{|\langle \psi_f | H_w | \psi_i \rangle|^2}_{\text{über winkelgemitteltes Matrixelement}} \underbrace{p_e^2 (E_0 - T_e)^2}_{\text{hat Maximum; selbst für } p_e \to 0 \text{ und für } T_e \to E_0 \text{ gegen Null}} dp_e$$

$$W = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{1}{2\pi^3 \hbar^7 c^3} |\langle \psi_f | H_w | \psi_i \rangle|^2 \underbrace{\int_0^{p_0} F(Z, T_e)(E_0 - T_e)^2 p_e^2 dp_e}_{f m_e^5 c^7 \text{ mit } f \text{ tabelliert (z.B. Landolt-Börnstein) als Funktion von } (Z, E_0)}$$

WW Elektron – Coulombfeld des Kerns → Fermifunktion $= \frac{|\psi_e(0)|^2}{|\psi_{e,frei}(0)|^2}$

$$\to \underbrace{f \cdot t_{1/2}}_{\text{Konstante Abh. von } Z \text{ und } E_0} = \frac{\text{konst.}}{|\langle \quad \rangle|^2} \quad (12\text{-}2a)$$

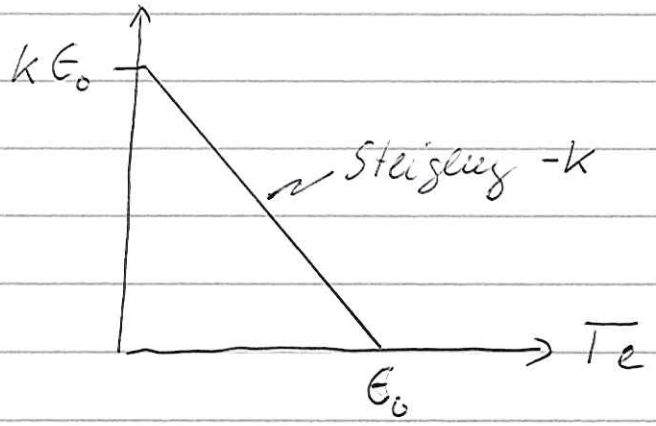
sogenannte komparative Halbwertszeit, hängt nur vom Matrixelement ab. Da große Variation der Halbwertszeiten wird zur Charakterisierung der Stärke eines Betazerfalls der Wert $\log ft_{1/2}$ benutzt

optimaler Fall: Zerfall zwischen "Spiegelkernen"

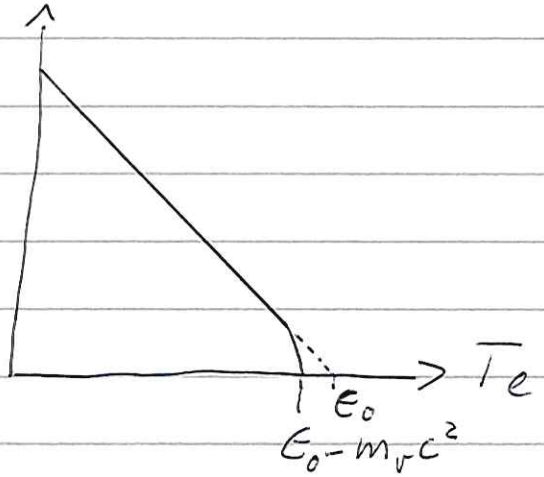
$$dW = \underbrace{\frac{1}{2\pi^3 c^3 \hbar^2} |\langle \Psi_f | H_W | \Psi_i \rangle|^2}_{K} F(Z, T_e) p_e^2 (E_0 - T_e)^2 \, dp_e$$

linearisierte Darstellung:

$$\sqrt{\frac{dW/dp_e}{F(Z,T_e) p_e^2}} = K(E_0 - T_e) \quad \rightarrow \text{"Kurie-Plot"}$$



Effekt Neutrinomasse



Beste Limit: β-Zerfall Tritium im Mainz-Troitsk Experiment, genaue Vermessung β-Spektrum in magn. Spektrometer $t_{1/2} = 12.3$ y $E_0 = 18.6$ keV
$m_{\nu_e} c^2 < 2.2$ eV 95% CL

Nachfolgeexp. KATRIN im KIT nimmt gerade Betrieb auf, Ziel: Sensitivität 0.2 eV

Beispiel: $^{25}_{13}Al \rightarrow {}^{25}_{12}Mg + e^+ + \nu_e$ ganz ähnliche Kernwellenfunktion, idealer Überlapp → Matrixelement maximal, Grösse von H_w

$E_0 = 3.24\ MeV$ $t_{1/2} = 7.6\ s$, aus Tabelle $\log ft = 3.5$

$$|\langle\ \rangle|^2 = \frac{2\pi^3\hbar^7 c^7}{(m_e c^2)^5 c} \frac{1}{10^{3.5} s} = 1.5 \cdot 10^{-8}\ MeV^2 fm^6$$

$$\langle\ \rangle = \int \psi_n \psi_e H_w \psi_p \psi_\nu dV \simeq 1.2 \cdot 10^{-4}\ MeV\ fm^3$$

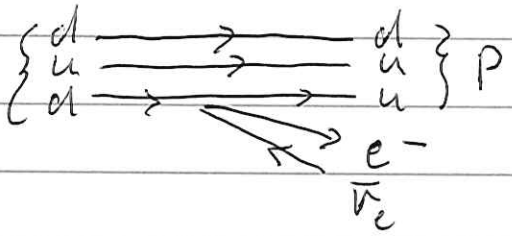
relevantes Volumen: Volumen eines Nukleons $\simeq 2\ fm^3$

→ $H_w \approx 10^{-4}\ MeV$ schwache Energie verteilt über Proton Volumen vgl. mit Masse des Protons 1000 MeV durch starke WW

(Einschub S. 12-3a,b)

12.2 Schwache Ströme

Starke und em WW erhalten Flavor von Quarks (und Leptonen), aber im β-Zerfall ändert sich Flavor



ebenso für $\pi^-(d\bar{u}) \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e$ (auslaufendes Teilchen, u-Quark, äquivalent zu einlaufendem Antiteilchen); 1 Quarkpaar und ein Leptonpaar

- schwache WW verwandelt u in d oder umgekehrt
- Leptonpaar: beide Teilchen immer selbe Generation
- bei Quarkpaaren nicht der Fall, wir wissen, daß Λ schwach zerfällt, $\Lambda \rightarrow p + \pi^-$ (uds) (uud) ($d\bar{u}$)

Auswahlregeln für β-Zerfall: ft Werte variieren zwischen 10 s und 10^{22} s, daher logft verwendet

- erlaubte Übergänge: Elektron + Neutrino drägen keinen Bahndrehimpuls weg, $\Delta L = 0$, keine Paritätsänderung zwischen Mutter- und Tochterkern $\Delta\pi$ = nein

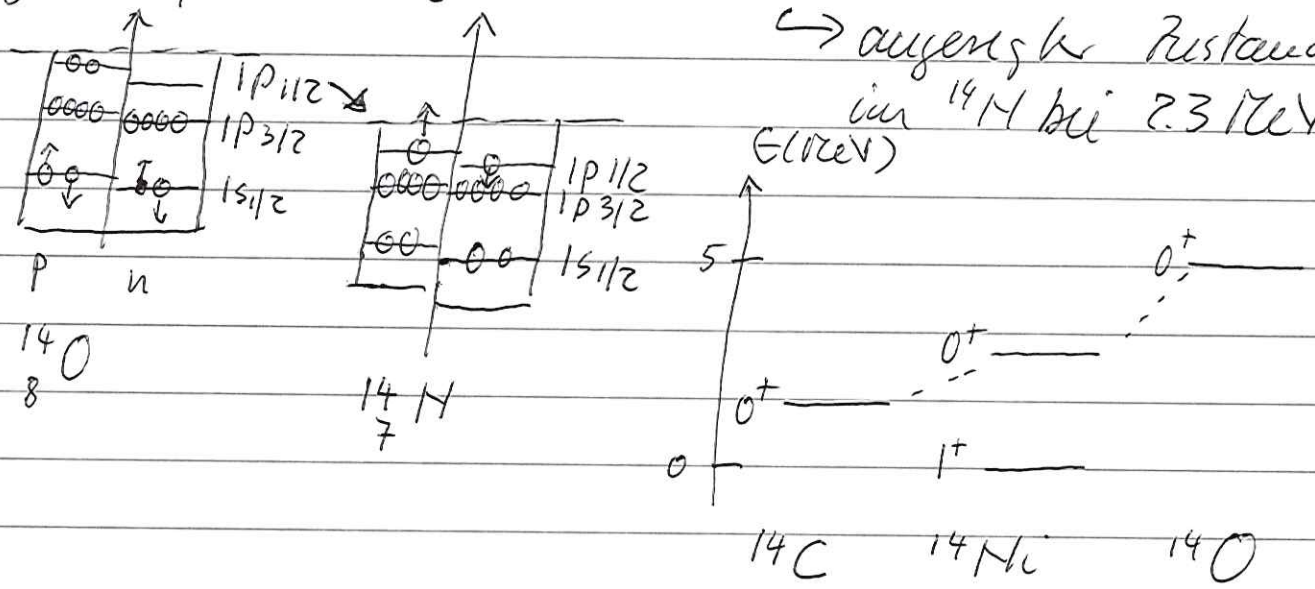
Spin der beteiligten Nukleonen können umklappen oder nicht und je nachdem sind beiden Leptonen im antisym. Spinsingulett, oder im sym. Triplett (Gamow-Teller-Ü) (Fermi-Übergänge)
$(\mathcal{T}(e+\nu)=1)$ $\mathcal{T}(e+\nu)=0$
Auswahlregeln
$\Delta\pi$ = nein $\Delta\mathcal{T}=0$ Fermi-Übergänge
$\Delta\pi$ = nein $\Delta\mathcal{T}=0,\pm1$ Gamow-Teller-Übergänge (nicht $0^+\to0^+$)
logft = 4-6

- verbotene Übergänge wenn Drehimpuls weggehalten wird, $\Delta L \neq 0$
Abschätzung: behandle Elektron und Neutrino als ebene Wellen $\psi_e(\vec{r}) = a\exp(i\vec{p}\cdot\vec{r}/\hbar)$ $\psi_\nu(\vec{r}) = b\exp(i\vec{p}\cdot\vec{r}/\hbar)$
Entwicklung der Funktion am Ort des Kerns
$\psi = a(1 + i\vec{p}\cdot\vec{r}/\hbar + \dots)$
da $\vec{L} = \vec{r}\times\vec{p}$ entspricht dies einer Entwicklung nach Bahndrehimpulsquantenzahl L
Impulse einige MeV, Kernradien R einige fm
d.h. $|\vec{p}|R/\hbar$ von der Größenordnung 10^{-2}
ft-Wert ist umgekehrt $\propto |<\ >|^2 \hat{=}$ jede Einheit in L führt zu Unterdrückung um 10^{-3}-10^{-4}
$\Delta L = 1$, $\Delta\mathcal{T} = 0,1,2$ $\Delta\pi$ = ja "einfach verboten"
$\Delta L = 2$ $\Delta\mathcal{T} = 1,2,3$ $\Delta\pi$ = nein "zweifach verboten"
logft = 11-18 logft = 6-15

Zerfälle mit großer ΔL, wenn kleinste ΔL aus Drehimpuls- und Paritätserhaltungsgründen verboten, z.B. β-Zerfall ^{115}Sn ($J^\pi = 9/2^+$ Grundzustand) nach ^{115}Sn ($J^\pi = 1/2^+$) nur $\Delta L = 4$ möglich, $\Delta\pi = 0$
$\log ft = 22.7$ und $t_{1/2} = 6 \cdot 10^{14}$ J.

- supererlaubte Übergänge: Zustände beider Kerne Teil eines Isospinmultipletts, typ $\log ft = 3-4$

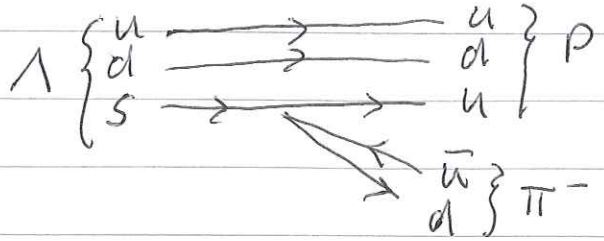
$^{14}_{8}O \rightarrow {}^{14}_{7}N + e^+ + \nu_e$ $\quad 0^+$ nach 0^+



↪ angeregter Zustand in ^{14}N bei 2.3 MeV

^{14}C kann nur in Grundzustand mit $J^\pi = 1^+$ von ^{14}Ni zerfallen. E_0 nur 0.15 MeV, Phasenraum sehr klein, d.h. obwohl erlaubter Übergang $\Delta L = 0$ $\Delta J = 1$ $\Delta\pi$ nein sehr lange Lebensdauer
Gamow-Teller $\quad t_{1/2} = 5730$ J. $\log ft = 9.04$

Phasenraum allein kann $\log ft$ von 6 erklären, weitere 3 Grössenordnung Unterdrückung durch sehr kleines Matrixelement, Grund dafür noch jetzt aktuelles Forschungsthema (3 Teilchen ww ?)



- in jedem Prozess der schwachen WW sind 2 schwache Paare involviert.
mögliche Paare:

ν_e	ν_μ	ν_τ		u	c	t
e	μ	τ		d	s	b

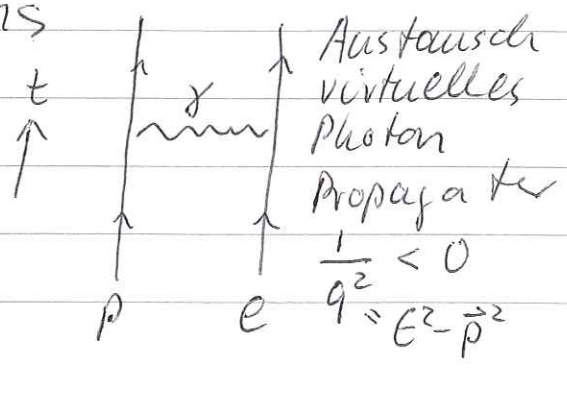
— : beobachtete schwache Paare

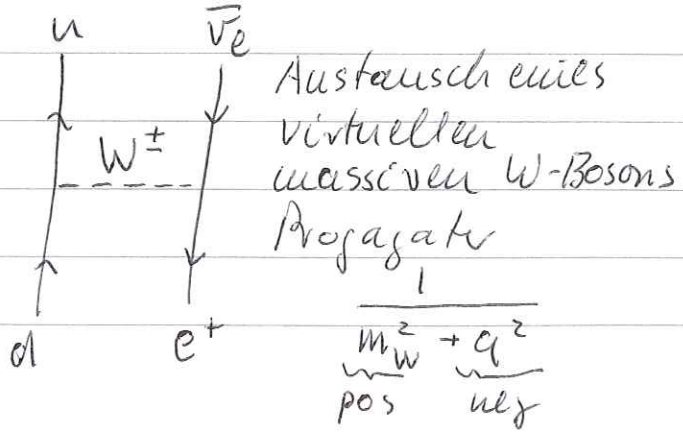
und entsprechend für Antiteilchen

Es gibt semileptonische schwache Prozesse $n \to p + e^- + \bar{\nu}_e$
" hadronische " $\Lambda \to p + \pi^-$
" rein leptonische " $\mu^- \to e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$

12 schwache Paare, alle Kombinationen entsprechen einer schwachen WW, $\frac{1}{2}12(12+1) = 78$ verschiedene Prozesse der schwachen WW, alle experimentell zugänglichen beobachtet

- Wie wechselwirken die schwachen Paare?
analog zu em. WW Austausch eines Vektor Bosons





Anfang der 1960er Jahre formulierten Glashow, Weinberg und Salam eine Feldtheorie, die die em und die schwache WW inkorporiert. Eine renormierbare Eichtheorie, die Austauschbosonen werden (z.T.) massiv durch einen Mechanismus der spontanen Symmetriebrechung (Higgs-M.) (Nobelpreis 1979)

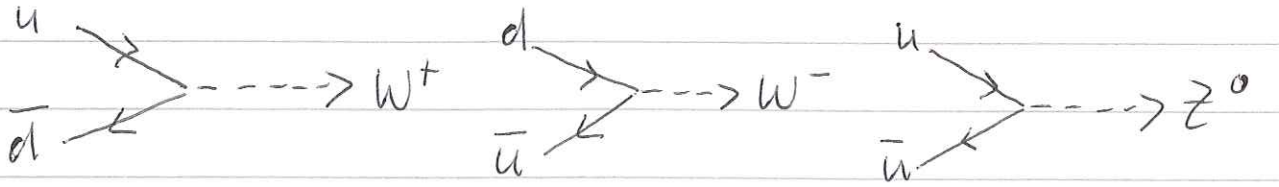
Voraussage: Existenz massiver Austauschbosonen Z^0 und $W^\pm$

Existenz neutraler schwacher Ströme (s.u.)

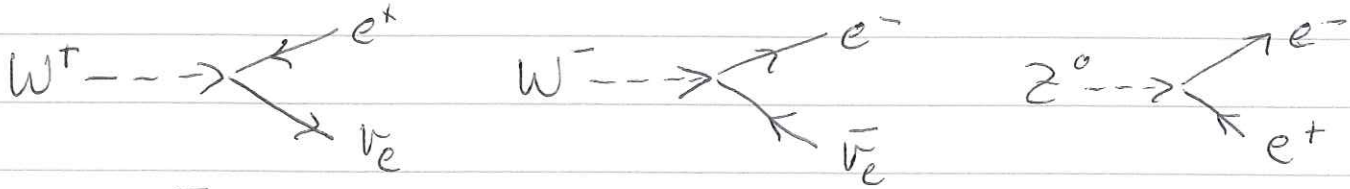
1983 wurden $W^\pm$ und Z^0 am dafür gebauten $p\bar{p}$-Kollider von 2 Experimenten entdeckt (UA1 und UA2). SPS am CERN wurde auf Drängen von C. Rubbia in SppS umgebaut, Antiprotonen in demselben Protonbeschleuniger injiziert. Um für die Kollisionen genügend Luminosität zu erreichen, mussten Strahlen gekühlt werden, damit kleiner Querschnitt erreicht wird und alle Teilchen gleiche Energie haben. Erfindung der 'stochastischen Kühlung' durch Simon van der Meer

hier 'Kühlung' ≡ Verringerung der Unordnung im Strahl ⇒ Fig. 12-1

in $p\bar{p}$ Kollisionen bei $\sqrt{s} = 540$ GeV



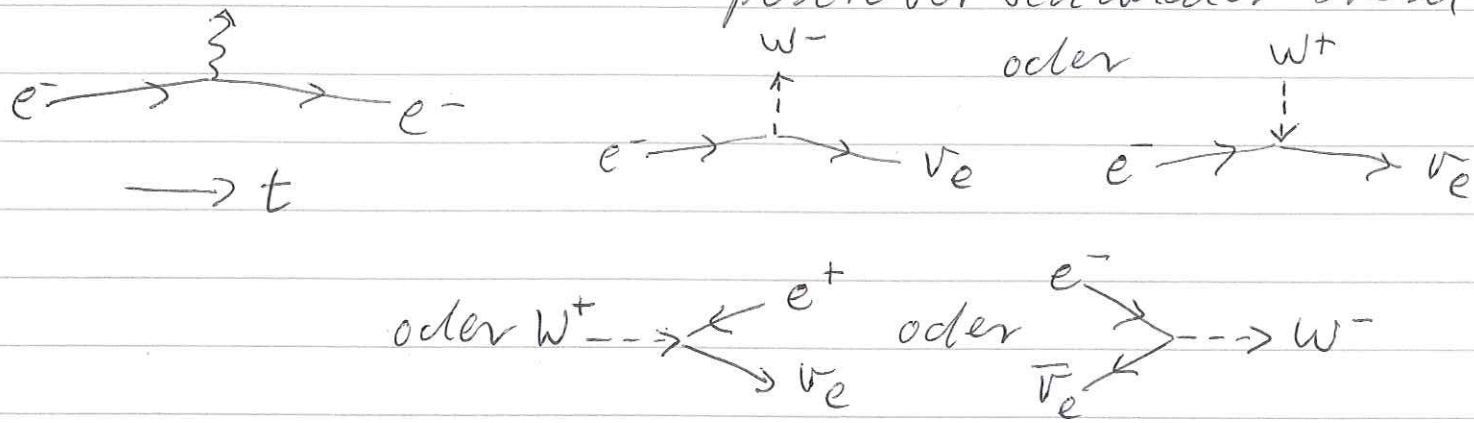
W und Z-Bosonen sind sehr kurzlebig (10^{-25} s) zerfallen hauptsächlich in $q\bar{q}$ → 2 Jets, nicht von viel häufigeren starken WW zu unterscheiden (bzw nur sehr schwer), aber seltener auch Zerfälle



$\sigma(u\bar{d} \to W^+ \to e^+\nu_e) \simeq 5$ nb, während bei $\sqrt{s} = 540$ GeV $\sigma_{p\bar{p}}^{tot} \simeq 50$ mb Unterdrückung um 7 Grössenord.!

$M_W = 80.385 \pm 0.015$ GeV/c² $\quad \Gamma_W = 2.085 \pm 0.042$ GeV
$M_Z = 91.1876 \pm 0.0021$ GeV/c² $\quad \Gamma_Z = 2.4952 \pm 0.0023$ GeV

Zurück zu schwachen Strömen:



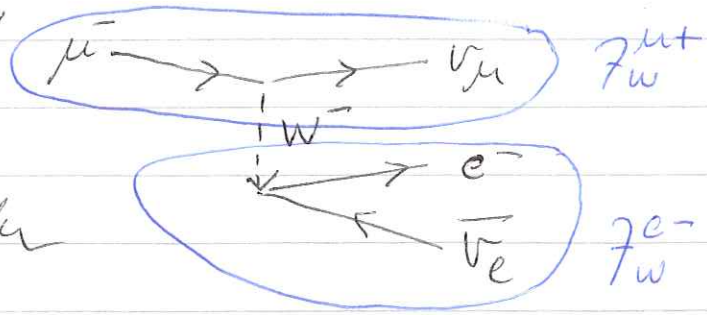
Emission eines W^- oder Absorption eines W^+ entsprechend: konjugierter schwacher negativer Strom ⟷ Emission eines W^+ oder Absorption W^-

schwache WW: schwacher Strom wechselwirkt mit konjugiertem schwachen Strom durch Austausch eines W-Bosons

Beispiel Myonzerfall:

$J_W^{\mu+}$: positiver myonischer schwacher Strom

J_W^{e-}: negativer elektronischer schwacher Strom



Struktur: $J_W^{l+} \propto \tilde{e} \cdot \nu_e + \tilde{\mu} \cdot \nu_\mu + \tilde{\tau} \cdot \nu_\tau$

Vernichtungsoperator — Erzeugungsoperator

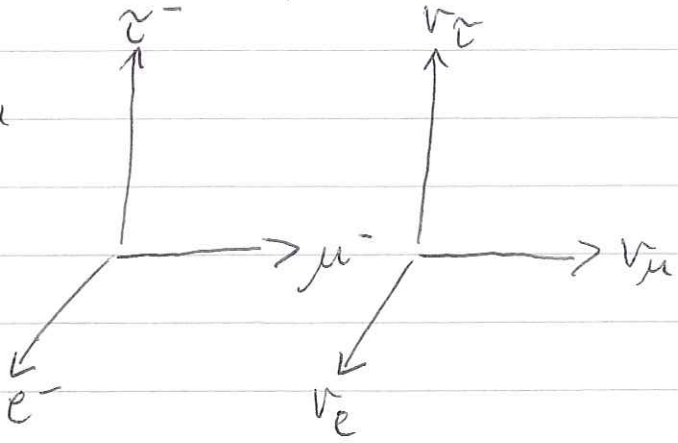
leptonischer schwacher Strom zu verstehen als Summe von 3 Skalarprodukten von Einheitsvektoren, die in ihrer Richtung den 3 geladenen Leptonen bzw Neutrinos entsprechen.

in diesem Hilbertraum:

3 geladene Leptonen zeigen in orthogonale Richtungen

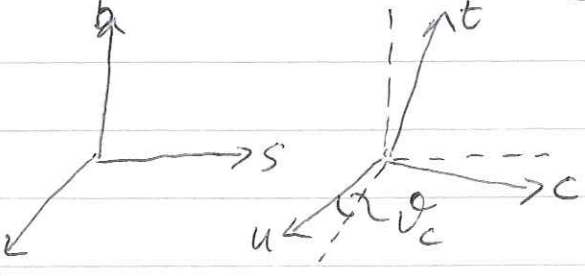
3 neutrale Leptonen bilden ein dazu paralleles orthogonales koord. system

→ Skalarprodukte neutral-geladen verbinden jeweils nur Leptonen innerhalb einer Generation



Für Quarks verbindet schwacher Strom auch verschiedene Generationen.

Quarks einer Ladung spannen 3d orthogonales koordsyst. auf, entsprechendes System für anderen Ladungszustand um Winkel ϑ_c gekippt



dadurch 9 Beiträge zum Skalarprodukt

$\mathcal{H}_W^{ht} \propto \bar{d}\cdot u + \tilde{s}\cdot u + \tilde{b}\cdot u + \dots$ $\quad \vartheta_c \equiv$ Cabibbo-Winkel

$\uparrow \cos\vartheta_c \quad \uparrow \sin\vartheta_c$

Cabibbowinkel kann gemessen werden

vgl. Neutronzerfall $d \to u + e^- + \bar{\nu}_e$ $\quad p = 1\,\mathrm{MeV}$

und Lambdazerfall $s \to u + e^- + \bar{\nu}_e$ $\quad p \simeq 100\,\mathrm{MeV}$

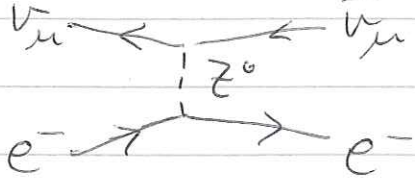
Rate $\propto |\langle\ \rangle|^2 \cdot$ Phasenraum, Korrektion für Phasenraum $\to$ komparative Halbwertszeit oder ft-Wert $\propto |\langle\ \rangle|^{-2} \Rightarrow \dfrac{|\langle p|H_W|n\rangle|^2}{|\langle p|H_W|\Lambda\rangle|^2} \simeq \dfrac{\cos^2\vartheta_c}{\sin^2\vartheta_c} \sim \vartheta_c = 13.4°$

bester Wert aus allen bekannten Fällen $\vartheta_c = 12.9 \pm 0.1°$

$\cos\vartheta_c = 0.974 \quad \sin\vartheta_c = 0.221$

allgemeiner: 3×3 Matrix Cabibbo-Kobayashi-Maskawa Matrix, 9 Elemente, wegen Unitarität 4 freie Parameter: 3 Winkel und 1 imaginäre Phase (Nobelpreis Kobayashi-Maskawa 2008)

<u>neutrale schwache Ströme</u>: Voraussage der Feldtheorie der elektroschwachen WW - bedeutet el. Ladung innerhalb eines schwachen Stroms ändert sich am Vertex nicht, Austauschboson neutral



entdeckt 1973 in Blasenkammer 'Gargamelle' am CERN in Neutrino-Elektron inelastischer Streuung

⇨ Fig. 12-3