

5.5 Zerfallsbreite

Zerfall eines instabilen Teilchens oder einer Resonanz nach radioaktivem

Zerfallsprinzip $N(t) = N_0 \exp(-\lambda t)$ Zerfallskonst. $\lambda = \frac{1}{\tau} = \frac{\Gamma \hbar^2}{t_{1/2}}$

Zustand einer festen Energie E_r beschrieben durch Wellenfunktion

$$\Psi(t) = \Psi_0 \exp(-i E_r t / \hbar)$$

$\xrightarrow{\text{zeitabhängiger Teil}}$

$\xleftarrow{\text{ortsabhängiger Teil}}$ → Wahrscheinlichkeit Teilchen zu finden $\Psi^* \Psi$ ist Ψ_0^2 zeitunabhängig

Auswirkung für zerfallendes Teilchen: komplexe Energie $E_r - i\Gamma/2$ mit Γ reell

$$\Psi(t) = \Psi_0 \exp(-i E_r t / \hbar) \exp(-\Gamma t / 2\hbar)$$

$$\Psi^* \Psi = \Psi_0^2 \exp(-\Gamma t / \hbar) \text{ exponentielle Zerfall mit } \frac{\Gamma}{\hbar} = \lambda = \frac{1}{\tau}$$

aus $\Psi(t)$ durch Fouriertransformation $\Psi(\omega)$

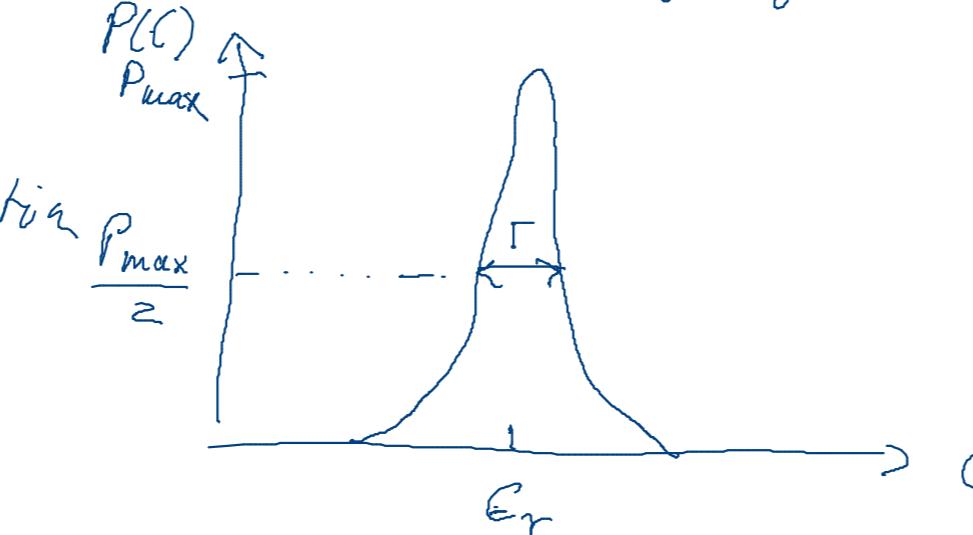
$$\begin{aligned} \Psi(\omega) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty \Psi(t) \exp(i\omega t) dt = \frac{\Psi_0}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty \exp\left(-t\left(\frac{i}{\hbar}(E_r - \omega) + \frac{\Gamma}{2\pi}\right)\right) dt \\ &= \frac{\Psi_0}{\sqrt{2\pi}} \frac{i\hbar}{(E_r - \omega) + i\Gamma/2} \end{aligned}$$

Wahrscheinlichkeit $P(E) = A \Psi(\omega) \Psi^*(\omega)$ mit Normierung $A = \frac{\Gamma}{\hbar^2 \Psi_0^2}$
für $\int P(E) dE = 1$

$$P(E) = \frac{\Gamma}{2\pi} \frac{1}{(E - E_r)^2 + \Gamma^2/4}$$

Lorentz- oder
Breit-Wigner-Funktion

FWHM der Wahrscheinlichkeit $P(E)$



Γ und τ werden durch freigesetzte Energie (Phasenraum) und Art der WW bestimmt

WW	τ	Γ
s/k	$\Delta(1232)$	10^{-23} s
em	π^0	10^{-18} s
schwach	π^\pm	10^{-8} s
	h	10^3 s
		10^{-18} eV

6. Strukturinformation aus Streuexperiment

Struktur: räumliche Verteilung von Masse und Ladung $g(r)$ bzw. $\epsilon_g(r)$

Auch Verteilung der magnetischen Fluss für Teilchen mit magnet. Moment

Information aus Streuexperimenten: Wirkungsquerschnitt als Funktion von Stoßwinkel oder Impulsübertrag

Ableitung eines Projektils im Coulombfeld eines gebundenen Teilchens

- Wahl Energie: die Bragg'sche Wellenlänge Projektiles muss vergleichbar mit Dimensionen des aufgelösten Objekts sein

Atomkerne $\Delta x \approx 10 \text{ fm}$ $p_c \approx 120 \text{ MeV}$

6.1 Elastische Stromung

a) Rutherford-Stromung von α -Teilchen an Goldfolie und Entdeckung (Rutherford, Geiger und Marsden 1908/1909)

Atomkerne: Atomkerne sind punktförmig geladen.
Annahme: Atomkerne sind klein im Vergleich zu
Kern Goldkern \rightarrow nicht relativistisch und
ohne Reichtum zu behandeln

Rutherford'sche Stromung

Wirkungsquerschnitt der Rutherford-Stromung mit Rutherford

Formel zeigt: Atomkerne kleiner als Atomkerne an Kern

größte Annäherung bei Rückwärtsstreuung: kinetische Energie gleiche Coulomb-
repulsion bei genügendem Abstand D : $T = \frac{e^2 E}{D} \left(\frac{1.44 \text{ MeV} \text{ für } 2 \cdot 7^{\text{q}}}{D} = 5 \text{ MeV} \right)$

5 MeV α -Teilchen an Au $D = 45 \text{ fm}$

elastische Stromung: Phasor überträgt 4. Impuls q

$q^2 = (E - E')^2 - (\vec{p}_c - \vec{p}')^2$
im cm System für elastische Stromung $E = E'$ und $|\vec{p}'| = |\vec{p}|$

Impuls ändert nur seine Richtung

$\vec{q} = \vec{p}' - \vec{p} = |\vec{q}|/2 = |\vec{p}| \sin(\theta/2)$

geantreut wird Wirkungsquerschnitt durch sog.

Streuamplitude beschrieben $f(q^2)$: $\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(q^2)|^2$

richtige Stromung eines gebundenen Teilchens im Coulombpotential des Atomkerns
sphärisch symmetrische Beschreibung der und umlaufenden Teilchen durch obere Welle (Born'sche Näherung) $V_i = \exp(i\vec{p}\vec{r}/\hbar)$ $V_f = \exp(i\vec{p}'\vec{r}/\hbar)$

$f(q^2) = -\frac{m}{2\pi\hbar^2} \int V(r) \exp\left(\frac{i\vec{q}\vec{r}}{\hbar}\right) d\vec{r} = -\frac{2m}{|\vec{q}\hbar|} \int r dr V(r) \sin\left(\frac{|\vec{q}|r\sin\theta}{\hbar}\right)$

Coulombpotential abgeschrämt durch Debye-Hückel $V(r) = \frac{Z^2 e^2}{r} \exp(-r/a)$

mit $a \approx 1 \text{ Å} = 10^{-15} \text{ m}$ $\approx 10^5 \text{ fm}$
 $\sim f(q^2) = -\frac{2m^2 Z^2 e^2}{1\vec{q}^2 + \hbar^2/a^2}$ für Gauß und Impuls unabhängig im MeV
Bereich $B = \hbar^2 c^2/a$ völlig unabhängig

gegen 10^{12} eV

$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{4m^2 Z^2 e^4}{q^4}$ für relativistische Teilchen: rechte Klammer nach Gauß G
und $E \approx p c$ und $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma}{dq^2} \frac{dq^2}{d\Omega}$

$\frac{d\sigma}{dq^2} = \frac{4\pi (Z^2 e^4)}{q^4} \frac{[4\pi V(r)^2]}{[\sum q^2 v^4]}$ einfacher Punktladungsquerschnitt
im cm-System

im Laborsystem kann Reichtum berücksichtigt werden
 $\frac{d\sigma}{dq^2} = \frac{d\sigma}{dq'^2} \cdot \frac{E'}{E}$ mit $E' = E \frac{1}{1 + \frac{2E}{mc^2} \sin^2(\theta/2)}$ Energie- und
Impulsberücksichtigung

b) Stromung relativistischer Spins $1/2$ Teilchen an Punktladung Ze

elastische Elektrostreuung am Kern (spindos)

Mott-Querschnitt $\frac{d\sigma^M}{dq^2} = \frac{4\pi Z^2 e^4}{q^4} \left(1 - \underbrace{\beta^2 \sin^2(\frac{\theta}{2})}_{\text{WW wegen Raumant des Gletsch aus mit Strom durch bereite Ladung Kons}}$

Grund für Reichtumsanwendung: Erhaltung der Helizität $H = \frac{\vec{s} \cdot \vec{p}}{|\vec{s}| |\vec{p}|}$

c) Stromung an ausgedehnter Ladung verteilt
statische wie oben $f(q^2) = \frac{m}{2\pi\hbar^2} \int d\vec{r} V(r) \exp\left(\frac{i\vec{q}\vec{r}}{\hbar}\right)$

und Poisson-Gleichung $\Delta V = 4\pi g(r) Ze^2$ ($\int g(r) dr = 1$)

und Green'sches Theorem $\int d\vec{r} \exp\left(\frac{i\vec{q}\vec{r}}{\hbar}\right) V(r) = -\frac{q^2}{q^2} \int d\vec{r} \exp\left(\frac{i\vec{q}\vec{r}}{\hbar}\right) \Delta V(r)$

$\Rightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(q^2)|^2 = \frac{4m^2 Z^2 e^4}{q^4} \left| \int d\vec{r} \exp\left(\frac{i\vec{q}\vec{r}}{\hbar}\right) g(r) \right|^2$

Funkfaktor enthält die gesamte Strukturinformation in Stromungskoeffizient

$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma^R}{d\Omega} \cdot |F(q^2)|^2$ bzw. $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma^M}{d\Omega} \cdot |F(q^2)|^2$

Stromung spinlos T

Beispiel 400 MeV $e^- + {}^{40}\text{Ca}$

WW wegen Raumant des Gletsch aus mit Strom durch bereite Ladung Kons

Information aus Streuexperimenten: Wirkungsquerschnitt als Funktion von Stoßwinkel oder Impulsübertrag

Auch Verteilung der magnetischen Fluss für Teilchen mit magnet. Moment

Information aus Streuexperimenten: Wirkungsquerschnitt als Funktion von Stoßwinkel oder Impulsübertrag

Ableitung eines Projektils im Coulombfeld eines gebundenen Teilchens

- Wahl Energie: die Bragg'sche Wellenlänge Projektiles muss vergleichbar mit

Dimensionen des aufgelösten Objekts sein

Atomkerne $\Delta x \approx 10 \text{ fm}$ $p_c \approx 120 \text{ MeV}$

Atomkerne $\Delta x \approx 10 \text{ fm}$ $p_c \approx 120 \text{ MeV}$

Atomkerne $\Delta x \approx 10 \text{ fm}$ $p_c \approx 120 \text{ MeV}$

Atomkerne $\Delta x \approx 10 \text{ fm}$ $p_c \approx 120 \text{ MeV}$

Atomkerne $\Delta x \approx 10 \text{ fm}$ $p_c \approx 120 \text{ MeV}$

Atomkerne $\Delta x \approx 10 \text{ fm}$ $p_c \approx 120 \text{ MeV}$

Atomkerne $\Delta x \approx 10 \text{ fm}$ $p_c \approx 120 \text{ MeV}$

Atomkerne $\Delta x \approx 10 \text{ fm}$ $p_c \approx 120 \text{ MeV}$

Atomkerne $\Delta x \approx 10 \text{ fm}$ $p_c \approx 120 \text{ MeV}$

Atomkerne $\Delta x \approx 10 \text{ fm}$ $p_c \approx 120 \text{ MeV}$

Atomkerne $\Delta x \approx 10 \text{ fm}$ $p_c \approx 120 \text{ MeV}$

Atomkerne $\Delta x \approx 10 \text{ fm}$ $p_c \approx 120 \text{ MeV}$

Atomkerne $\Delta x \approx 10 \text{ fm}$ $p_c \approx 120 \text{ MeV}$

Atomkerne $\Delta x \approx 10 \text{ fm}$ $p_c \approx 120 \text{ MeV}$

Atomkerne $\Delta x \approx 10 \text{ fm}$ $p_c \approx 120 \text{ MeV}$

Atomkerne $\Delta x \approx 10 \text{ fm}$ $p_c \approx 120 \text{ MeV}$

Atomkerne $\Delta x \approx 10 \text{ fm}$ $p_c \approx 120 \text{ MeV}$

Atomkerne $\Delta x \approx 10 \text{ fm}$ $p_c \approx 120 \text{ MeV}$

Atomkerne $\Delta x \approx 10 \text{ fm}$ $p_c \approx 120 \text{ MeV}$

Atomkerne $\Delta x \approx 10 \text{ fm}$ $p_c \approx 120 \text{ MeV}$

Atomkerne $\Delta x \approx 10 \text{ fm}$ $p_c \approx 120 \text{ MeV}$

Atomkerne $\Delta x \approx 10 \text{ fm}$ $p_c \approx 120 \text{ MeV}$

Atomkerne $\Delta x \approx 10 \text{ fm}$ $p_c \approx 120 \text{ MeV}$

Atomkerne $\Delta x \approx 10 \text{ fm}$ $p_c \approx 120 \text{ MeV}$

Atomkerne $\Delta x \approx 10 \text{ fm}$ $p_c \approx 120 \text{ MeV}$

Atomkerne $\Delta x \approx 10 \text{ fm}$ $p_c \approx 120 \text{ MeV}$

Atomkerne $\Delta x \approx 10 \text{ fm}$ $p_c \approx 120 \text{ MeV}$

Atomkerne $\Delta x \approx 10 \text{ fm}$ $p_c \approx 120 \text{ MeV}$

Atomkerne $\Delta x \approx 10 \text{ fm}$ $p_c \approx 120 \text{ MeV}$

Atomkerne $\Delta x \approx 10 \text{ fm}$ $p_c \approx 120 \text{ MeV}$

Atomkerne $\Delta x \approx 10 \text{ fm}$ $p_c \approx 120 \text{ MeV}$

Atomkerne $\Delta x \approx 10 \text{ fm}$ $p_c \approx 120 \text{ MeV}$

Atomkerne $\Delta x \approx 10 \text{ fm}$ $p_c \approx 120 \text{ MeV}$

Atomkerne $\Delta x \approx 10 \text{ fm}$ $p_c \approx 120 \text{ MeV}$

Atomkerne $\Delta x \approx 10 \text{ fm}$ $p_c \approx 120 \text{ MeV}$

Atomkerne $\Delta x \approx 10 \text{ fm}$ $p_c \approx 120 \text{ MeV}$

Atomkerne $\Delta x \approx 10 \text{ fm}$ $p_c \approx 120 \text{ MeV}$

Atomkerne $\Delta x \approx 10 \text{ fm}$ $p_c \approx 120 \text{ MeV}$

Atomkerne $\Delta x \approx 10 \text{ fm}$ $p_c \approx 120 \text{ MeV}$

Atomkerne $\Delta x \approx 10 \text{ fm}$ $p_c \approx 120 \text{ MeV}$

Atomkerne $\Delta x \approx 10 \text{ fm}$ $p_c \approx 120 \text{ MeV}$

Atomkerne $\Delta x \approx 10 \text{ fm}$ $p_c \approx 120 \text{ MeV}$

Atomkerne $\Delta x \approx 10 \text{ fm}$ $p_c \approx 120 \text{ MeV}$

Atomkerne $\Delta x \approx 10 \text{ fm}$ $p_c \approx 120 \text{ MeV}$

Atomkerne $\Delta x \approx 10 \text{ fm}$ $p_c \approx 120 \text{ MeV}$

Atomkerne $\Delta x \approx 10 \text{ fm}$ $p_c \approx 120 \text{ MeV}$

Atomkerne $\Delta x \approx 10 \text{ fm}$ $p_c \approx 120 \text{ MeV}$

Atomkerne $\Delta x \approx 10 \text{ fm}$ $p_c \approx 120 \text{ MeV}$

Atomkerne $\Delta x \approx 10 \text{ fm}$ $p_c \approx 120 \text{ MeV}$

Atomkerne $\Delta x \approx 10 \text{ fm}$ $p_c \approx 120 \text{ MeV}$

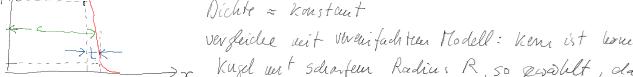
Atomkerne $\Delta x \approx 10 \text{ fm}$ $p_c \approx 120 \text{ MeV}$

Rutherford-Querschnitt: $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{4\pi m^2 c^2 e^4}{q^4}$ bzw. $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{4\pi (e^2)^2 c^4}{q^4}$
 Gleichung für Winkel mit Spin $\frac{1}{2}$: Rutherford-Querschnitt: $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{4\pi e^2 c^4}{q^4} (1 - \beta^2 \sin^2 \frac{\theta}{2})$
 Streuung an ausgedehnter Ladung: $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma}{dQ} |F(Q)|^2$ bzw. $\frac{d\sigma}{dQ} = \frac{d\sigma}{d\Omega} |F(Q)|^2$
 mit Formfaktor $F(Q) = \int d\vec{r} \exp(i\frac{Q\vec{r}}{\hbar}) g(r)$ Formfaktor d. Ladung entdeckt

6.1.1 Ladungsverteilung von Atomenkern

wenn definierten Winkelquerschnitt ein möglichst großer Bereich von Q abg. q^2 abhängt und daraus $f(r)$ ableitbar ist, je größer Ausdehnung, desto schneller fällt Formfaktor mit q^2 , daher Äquivalenz in Formfaktoren zwischen Ladungsverteilung (Sphärische Felder): $f(r) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\vec{r} F(\vec{r}) \exp(-i\frac{Q\vec{r}}{\hbar})$

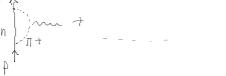
Erbaut's $g(r)$ Atomkern: Formfaktor $f(r) = \frac{g_0}{1 + \exp((r-a)/a)} \sqrt{r^2 + t^2} \approx 0.94 A^{1/3}$ fm
 $a = \text{Halbmesseradius} = (1.18 A^{1/3} - 0.48) \text{ fm}$ Oberflächendicke $t = (4 \ln 3) a = 4.4 a \approx 2.4 \text{ fm}$



Dichte ρ konstant
 Oberfläche mit Volumenmodell: Wenn ist Winkel abhängig
 Kugel mit sferfem Radius R , so resultiert, daß radiale Verteilung gleich nur Radius hat: $\langle r^2 \rangle = 4\pi \int_0^R \frac{3}{4}\pi r^2 dr = \frac{3}{5} R^2$
 setze vor oben ein: $\sqrt{\langle r^2 \rangle} = 0.94 A^{1/3} \Rightarrow R = 12 \ln 3 \approx 0$
 "equivalent simple sphere radius"

6.1.2 Struktur des Atomkerns

Z. Atomkern: Proton und Neutron $m_p c^2 = 938.3 \text{ MeV}$ $m_n c^2 = 937.6 \text{ MeV}$
 Proton, sozus. bishörige Kernerzeuger, stabil $\tau > 2 \cdot 10^{31} \text{ y}$ SNO Sudbury Neutrino
 Neutron $\tau = 880.3 \pm 1.5 \text{ s} \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$ Tark mit unbarriertem H_2
 beide Neutronen haben Spin $\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}$ und "ausgelese" ungen. Neutrino
 $\langle \mu_p \rangle_p = \pm 2.9 \mu_N \rightarrow g_p = 5.58$ $\langle \mu_n \rangle_n = \mp 1.9 \mu_N \rightarrow g = -3.82$
 → zeigt, daß Neutronen Struktur haben
 Quarks substruktur, + "Diamagnetismus"
 Valenzquarks und zwei odd
 + Gluonen + $q\bar{q}$ -See



Proton-Proton WU

Aufklärung der Struktur: Streuung von Elektronen an Atomkernen
 Beschränkte Kompaktheit: beide Skalpartikel Spin $\frac{1}{2} \rightarrow$ 3 Beiträge zum Winkelquerschnitt

- ① WW Ladung Elektron - Ladung Neutron - Rutherford-Formfaktor f_{Nott} Dirac-Querschnitt
- ② WW Spin Neutron - unge. Neutron Elektron für Dirac-Gleichungen
- ③ WW Spin Elektron - unge. Neutron Neutron $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma}{dQ} (\cos(\frac{Q}{2}) - \frac{q^2}{2Q} \sin(\frac{Q}{2}))$ $g=2$ mit Rasse M und relativistisch

$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma}{dQ} (1 - \frac{q^2}{2Q} \tan(\frac{Q}{2}))$

③ Neutronenwert $\propto \langle \mu_p \rangle \propto \frac{1}{11}$
 Querschnitt $\propto \frac{q^2}{4\pi} \left\{ \begin{array}{l} \text{es sollte interpretiert } B\text{-Feld am Ort der Neutronen} \\ \text{Abbildung d.h. } \propto q \end{array} \right.$

Vorzeichen von ③ relativ zu ② aufpassen: hängt von Richtung für 4π -Vektoren ab, in unserer Richtung $q = (e\vec{e}, \vec{p}-\vec{p}_e) \propto$ für elektrische Streuung q^2 immer negativ (was bei Wandelaufzähler des Rutherford $q^2 = -\frac{q^2}{4}$). dann Vorzeichen wie oben. In Rutherford-Richtung steht hier ein "+" in manchen Bildern auch $Q^2 = q^2 \sim$ dann auch "+".

für ausgedehnte Atomkerne: Strenghäufigkeit wird durch Formfaktor modifiziert, allein nur Formfaktoren, welche für Ladung \propto "elektrischer Formfaktor" $G_e(q)$ und Formfaktor für magnetischen "magnetischen Formfaktor" $G_M(q)$

$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma^{\text{Roth}}}{d\Omega} \left[\frac{G_e^2 - \frac{q^2}{4\pi^2} G_M^2}{1 - \frac{q^2}{2Q^2}} - \frac{\frac{q^2}{4\pi^2} G_M^2 \tan^2(\frac{Q}{2})}{1 - \frac{q^2}{2Q^2}} \right]$ muss bei gegebener q^2 Strenghäufigkeit

$\frac{d\sigma}{d\Omega} \left| \frac{d\sigma^{\text{Roth}}}{d\Omega} \right| = A(q^2) + B(q^2) \tan^2(\frac{Q}{2})$ für weitere Wirkung δ
 (Variation δ und δ^2)
 "Rosenbluth-Final" 1950 $\rightarrow G_e(q^2)$ und $G_M(q^2)$

Elektron-Neutron elastische Streuungsmessung: Hofstadter in Stanford im "1 Photon austausch Approximation" 1956 200 MeV Elektronen auf H_2 -Target
 Neutron Formfaktoren aus Vergleich ep und ed Strahlung (Hofstadter 1961)
 Ergebnis: $G_e(q^2) \ll G_M(q^2) \ll \frac{G_M(q^2)}{G_{ep}(q^2)}$ funktionell Form $G(q^2) = \frac{1}{(1 + q^2/0.73)^2} \xrightarrow[\rightarrow \text{GeV}]{}$ "Dipol-Form"

Formfaktur nimmt mit q^2 exponentielle Verringerung
 von Ladung und magnetischer $g = g_0 \exp(-0.73 \cdot n/\hbar c)$ $\propto \frac{1}{q^2}$ in GeV fm

Radius des Protons: $G_e(q^2) = \int d\vec{r} \exp(i\frac{Q\vec{r}}{\hbar}) g(r)$ \hookrightarrow hier wird an anderen Stellen $q = |\vec{q}|$
 $G_e(q^2) = 4\pi \int r^2 d\vec{r} \frac{\sin(qr/\hbar)}{qr/\hbar} g(r)$
 für $\frac{qr}{\hbar} \ll 1$ $\sin(qr/\hbar) \approx \frac{qr}{\hbar} - \left(\frac{qr}{\hbar}\right)^3 + \left(\frac{qr}{\hbar}\right)^5 - \dots$
 $\rightarrow G_e^p(q^2) = 1 - \frac{1}{6} \frac{q^2}{\hbar^2} \langle r_{ep}^2 \rangle + \frac{1}{12} \frac{q^4}{\hbar^4} \langle r_{ep}^4 \rangle + \dots$

mit $\langle r_{ep}^2 \rangle = \int r^2 g(r) r^2 dr$ mittlere quadratische Ladungsgröße

für kleine Abstände im Atomkern: $\frac{dG_e}{dq^2} = -\frac{1}{6\hbar^2} \langle r_{ep}^2 \rangle$ bei $q^2 = 0$ bei ganz kleinen q^2

$r_{ep}^{\text{res}} = 0.879 \pm 0.008 \text{ fm}$

Feld wurde 20 Jahre als solitäres verstanden, schätzte, in letzten 10 Jahren durch neue Messungen Z. "Kern" was Neutronenformfaktoren angeht

- alternative sehr genaue Messung der russ.-Radius des Protons, Lambschaft von neuem Wasserstoff (Pohl et al., Nature 446 (2010) 213)
- d.h. Elektron nicht nach Atom, Bohrradius $R_H/H_e \approx 100$ und klein er Überlapp Proton mit Neutronen → Sensitivität auf Größe des Protons
- präzise Messung: Curie unterscheidet $2S_{1/2}^{\text{res}}$ und $2P_{1/2}^{\text{res}}$ mit Laser spektroskopie
 $r_{ep}^{\text{res}} = 0.8407(39) \approx 58 \text{ fm}$ (neuer Standort)