

3. Wechselwirkung von Teilchen und Materie

- geladene Teilchen ionisieren: das E-Feld einer bewegten Ladung übt Kraft auf gebundene Elektronen aus, überlängt Impuls. Integral über Impulsübertrag auf Elektronen in verschiedenen Abstand (transversal) zum Teilchen ergibt dessen Energieverlust

schwere geladene Teilchen wie Protonen, Atome, Myonen $m^2 \gg m_ec^2$

wichtigste Art des Energieverlusts bis $T \ll$ einige Hundert MeV

klassische Herleitung Bohr 1913, quantenmechanisch H. Bethe Ann. Physik 5 (1930)

325 und F. Bloch 1933. siehe Skript

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{n^4 \pi^2 e^4}{m_ec^2 \beta^2} \left(\ln \frac{2m_ec^2 \beta \gamma}{I} - \beta^2 \right)$$

"Bethe-Bloch
Formel" → E, T, p

Energie- dE über Distanz dx abgegeben, wenn Teilchen mit Ladung ze und Geschwindigkeit $\beta = \frac{v}{c}$ durch Medium mit Elektronendichte

$$n = \frac{\rho Z \cdot N_A}{M}$$

propagiert, $m_ec^2 = 0.511 \text{ MeV}$

Foussionsenergie des Mediums $I \approx (10^2 \pm 1) \text{ eV}$ für $Z \geq 6$

daraus gibt es detaillierte Korrekturen, die über quantitativem Verlauf nicht ändern

Review of Particle Physics, Chin. Phys. C40 (2016) 100001, Chapter 33

Energieabhängigkeit:

- bei kleinem β Abfall $\propto -1/\beta^2$
- breites Minimum bei $\beta\gamma = \frac{pc}{m_ec^2} \approx 3-3.5$ - dann: logarithmischer Anstieg moderat

(Lorentzkontraktion des elektrischen Felds, korrigiert mit Polarisierung des Mediums
 $\hat{=}$ Dämpfung log. Anstiegs; Polarisierung größer in Flüssigkeiten & Festkörpern
 als in Gasen, daher log. Anstieg kleiner in Flüssigkeiten & Festkörpern ($\approx 20\%$)
 als in Gasen ($\approx 50\%$))

Teilchen mit $\beta\gamma \approx 3$ "minimal ionisierende Teilchen"

variert etwa 1.2-1.8 MeV/cm²

NB: i.A. wird dE/dx nicht in MeV/cm angegeben, da dann sehr starke Variation je nach Material, sondern durch Dichte dividiert, dann Einheit $\frac{\text{MeV}}{\text{g/cm}^2}$

- bei sehr kleinen Energien fällt dE/dx wieder ab, wegen Elektronenemission und schließlich keine Ionisation mehr möglich, nur noch Rückstoß

Energieverlust von Elektronen

- Korrektur Bethe-Bloch wegen identischer Teilchen und relativistischer Reduktion bei gleichem β sind Energieverlust durch Ionisation von Elektronen und Protonen innerhalb von 10% identisch
- für Elektronen hoher Energie überwiegt ein anderer Mechanismus, "Bremsstrahlung"
 im Medium wird Elektron im Coulombfeld eines Atoms beschleunigt und emittiert Bremsstrahlung QED Prozess (Herleitung Fermi 1924, Heisenberg/Weinreich 1936)

$$\frac{dE}{dx} = \frac{E}{X_0}$$

Energie fällt nach charakteristischen Längen
 X_0 , Strahlungslänge, auf $1/e$ ab

$$X_0(C) = 18.8 \text{ cm}$$

$$X_0(Pb) = 0.56 \text{ cm}$$

$$\text{Prozess dominiert für Energien } \gtrsim 580 \text{ MeV/Z}$$

$$\text{Amplitude } \propto \text{Beschleunigung } \propto \frac{1}{m_ec^2}$$

$$G_{\text{Brems}} \propto \frac{Z^2 \alpha^3}{(m_ec^2)^2} = \frac{\alpha^3}{X_0}$$

- für Protonen hoher Energie dominiert starke WW über em WW
sobald es magnetische möglich ist, das leichteste Hadron, nämlich ein Pion
zu produzieren $m_\pi c^2 \approx 140 \text{ TeV}$

$$p + p \rightarrow p + p + \pi \quad \sqrt{s} = E_{cm} \geq 2 m_p c^2 + m_\pi c^2 \quad \text{für stationäres Target ab } T = 290 \text{ TeV}$$

Bei höheren Energien $p + p \rightarrow p + p + n\pi$
dominiert inelasticer Wirkungsquerschnitt

$$\sigma_{inel} \approx 30 \text{ mb} \quad \text{bei } \sqrt{s} \approx 10 \text{ GeV} \\ \approx 80 \text{ mb} \quad 10 \text{ TeV}$$

dasselbe passiert nicht mehr für Photonen, sondern für alle stark wechselwirkenden Teilchen (Hadronen)

Konsequenz: produzierte Pionen wechselwirken selber 'stark' im Medium
produzieren weitere Pionen \rightarrow Bildung eines hadronischen Schauers
besteht aus Nukleonen, Pionen, andere Hadronen, Ausdehnung charakterisiert
durch Weßlänge, auf der starke WW passiert $\lambda_{int} = \frac{1}{\rho \cdot \sigma_{inel}} \text{ mühelose WW-Länge}$

$$p + C \quad \rho \approx 2.3 \text{ g/cm}^3 \approx 1.15 \cdot 10^{23} \text{ Atome/cm}^3 \\ \sigma_{pc}^{inel} \approx 230 \text{ mb} \quad (\text{vgl. } \sigma_{pp} = \pi (0.8 \text{ fm} + 1.2 \cdot 10^{-3} \text{ fm})^2 = 395 \text{ mb}) \\ \hookrightarrow \lambda_{int} = 38 \text{ cm} \quad \text{Länge hadronischer Schauer} \approx 8-10 \lambda_{int}$$

- Photonen: Lambert - Beersches Gesetz $I = I_0 \exp(-\mu x)$

Anzahl Photonen nach Durchqueren von Soliddicke x , gegeben durch den Absorptionskoeffizienten μ (cm^{-1}). Wenn weniger materialabhängig sein, dividieren typischerweise durch Dicke $\mu' = \mu/\rho$ (g/cm^2) $I = I_0 \exp(-\mu' x)$

$$\mu' = \rho \cdot \mu \quad (\text{g/cm}^2)$$

- μ kommt durch Addition von 3 Prozessen zusammen

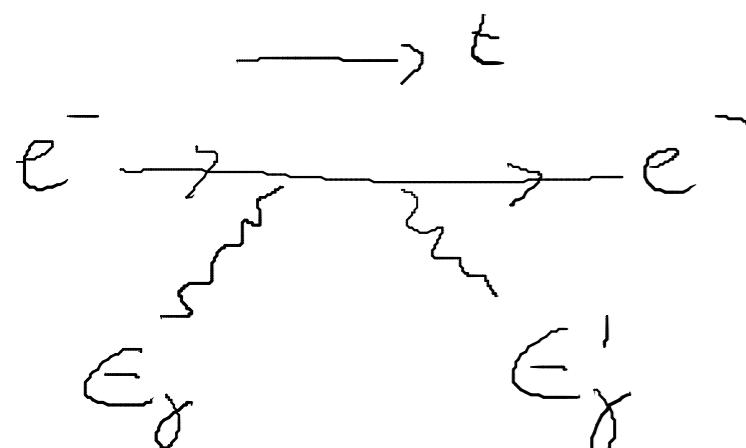
- 1. Photoeffekt (Einstein 1905, entscheidende Messungen Lenard)

$$\gamma + \text{Atom} \rightarrow \text{Atom}^+ + e^- \quad \text{sobald } E_\gamma > I_b \quad \text{Bindungsenergie des Elektrons}$$

führt zu K, L, ... Absorptionskanten

da I_γ stark Z-abhängig ist Wirkungsquerschnitt für Photoeffekt ebenfalls stark Z-abhängig $\sigma_{ph} \propto Z^5 / E_\gamma^{7/2}$ dominant für 10 keV bis 1 TeV je nach Z

- bei höherer Energie wird Compton effekt bedeutsam (Compton 1922)



$$\frac{1}{E'_\gamma} - \frac{1}{E_\gamma} = \frac{1}{mec^2} (1 - \cos \theta)$$



max Energieverlust des Photons wenn es

nicht wärt gestreut wird (Elektron wird als quasi frei betrachtet)

Wirkungsquerschnitt aus QED-Berechnung (Klein-Hiskuni 1929)

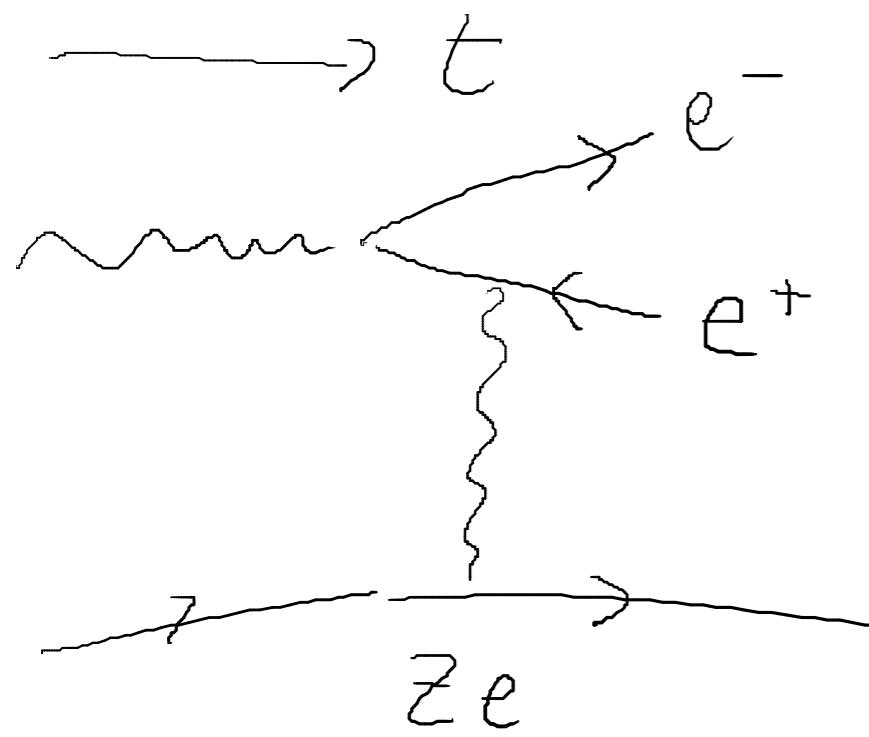
$$\sigma_c \approx \frac{\alpha^2 Z (mc)^2}{E_{cm}}$$

Z wegen Elektronendichte im Medium

$$E_{cm} \text{ Photon-Elektron cm-Energie } E_{cm} = \sqrt{(mc^2)^2 + 2 E_\gamma mc^2}$$

dominant für 0.1 - 10 MeV bei kleinem Z
1 - 3 MeV bei großem Z

Bei höherer Energie Paarbildung (Bethe - Heitler 1934)
im freien Raum nicht möglich, aber in Umgebung eines Atomkerns

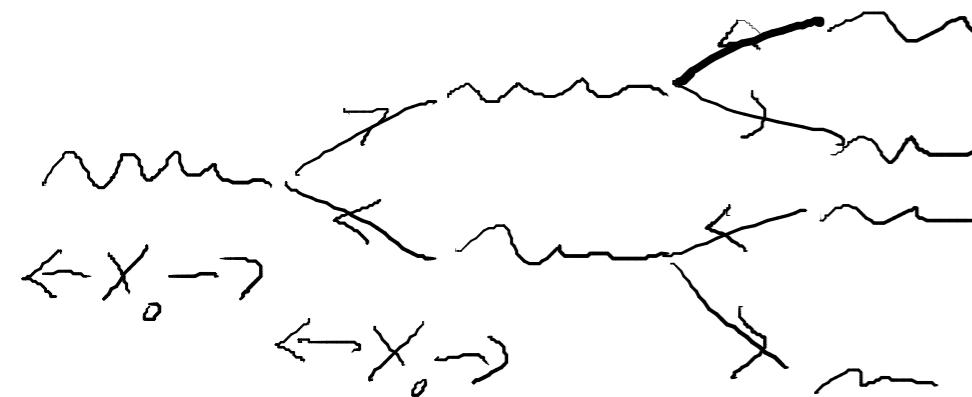


$$\text{Energieschwellle } E_\gamma \geq 2m_e c^2 + 2 \frac{(m_e c^2)^2}{m_K c^2} \geq 1.022 \text{ MeV}$$

Bemerkung: Feynman-Diagramm sehr übersichtlich
denn für Bremsstrahlung, daher auch Werkzeugger-
schäft. Nach typischerweise $\frac{9}{7} X_0$ in Material und

Shaklunplänge X_0 bildet ein Photon ein Gleichzeitiges Paar

Bildet ein Schauers durch Stoß mit gekündigtem Elektron oder
Photon. Nach Distanz $\frac{9}{7} X_0$ bildet Photon $e^+ e^-$, nach Distanz X_0
entstehen e^- und e^+ je ein Bremsstrahlung photon usw.



Ausdehnung: typisch $10 X_0$