

7. Starke Wechselwirkung und Quarkstruktur von Hadronen

Die 6 Quarks und 6 Antiquarks kommen in der Natur in gebundenen Zuständen von den Hadronen.
 - 2 Typen: Baryonen haben 3 Valenzquarks, sind Fermionen

Mesonen sind Valenzquark-Antiquark gebundene Zustände, Bosonen
 - Ausser der elektrischen Ladung, die die Photonen in der em. WW koppeln haben Quarks eine von 3 möglichen Farben oder Farbladungen. Die Gluonen koppeln an die Farbe und vermitteln die starke WW. Hadronen sind farbneutral oder farblos.

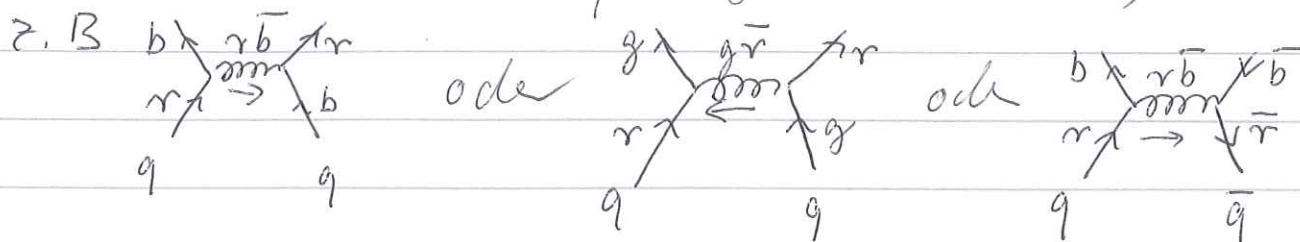
Baryonen: jedes der 3 Valenzquarks hat eine unterschiedliche Farbe, r, g, b .

Mesonen: Valenzquark und Antiquark haben je eine Farbe und die entsprechende Antifarbe, also $r\bar{r}$ oder $g\bar{g}$ oder $b\bar{b}$.

Im Gegensatz zum elektrisch neutralen Photon tragen Gluonen Farbladung und Traje eine Farbe und eine Antifarbe. Die 9 möglichen Kombinationen zerfallen nach gruppentheoretischen Überlegungen in ein Farboktett mit den Zuständen:

$r\bar{b}, r\bar{g}, b\bar{r}, b\bar{g}, g\bar{r}, g\bar{b}, \frac{1}{\sqrt{2}}(r\bar{r}-g\bar{g}), \frac{1}{\sqrt{6}}(r\bar{r}+g\bar{g}-2b\bar{b})$
 und ein farbneutrales Singulett $\frac{1}{\sqrt{3}}(r\bar{r}+g\bar{g}+b\bar{b})$

farbige Quarks wechselwirken mit einander durch Austausch farbiger Gluonen, einer der 8.



- Vorschlag, daß Hadronen aus (3) verschiedenen Quarks zusammengesetzte Teilchen sind: 1964 M. Gell-Mann und Zweig (unabhängig), SU(3) Algebra "the eightfold way", werden die Teilchenmultiplikts, die so möglich sind, besprochen.
- 1975 wurde von Wilczek, Politzer und Gross eine Feldtheorie für die starke WW vorgeschlagen, (unabhängig von Greenberg, M. Y. Han und Y. Nambu 1965 bereits die Formulierung eingeführt hatten.) die Quantenchromodynamik QCD (Nobelpreis für M. Gell-Mann 1969 "classification of elementary particles and their interaction..." und 2004 für Gross, Politzer, Wilczek QCD)

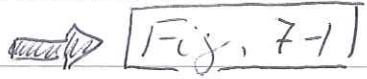
bei kleinen Abständen ist die WW Coulombartig, $1/r$ Potential, bei großen Abständen wird es zunehmend schwerer Quarks oder Quark-Antiquark auseinander zu ziehen bzw. zu trennen \equiv "confinement"

$$V = -\frac{4}{3} \frac{\alpha_s'}{r} + Kr$$

essentieller Beitrag Gross, Politzer, Wilczek: bei sehr kleinen Abständen oder sehr großer Energie/Impulsüberträgen sind die Quarks asymptotisch frei für $r \rightarrow 0$ oder $q^2 \rightarrow \infty$: $\alpha_s \rightarrow 0$ "asymptotic freedom" für r groß und $q^2 \rightarrow 0$: $\alpha_s \mathcal{O}(1)$

heute kennen wir 6 Quarks, insgesamt sind einige Hundert Hadronen bekannt mit Massen zwischen 135 MeV und ca 11 GeV (siehe Zusammenstellung der Particle Data Group <http://pdg.lbl.gov/>, die ständig aktualisiert wird. Wegen Massenhierarchie der Quarks und deren Quantenzahlen ist eine Ordnung in Multipletts sinnvoll.

7.1 Mesonen

Die leichtesten Mesonen haben Spin $S=0$ und totalen Drehimpuls $J=0$. Aus u, d, s -Quarks kann man 9 Zustände konstruieren, die aus gruppentheoretischer Überlegungen in ein Oktett und ein Singulett gruppiert sind.  Fig. 7-1

Die beiden Quantenzahlen I_3 und S spannen eine Ebene auf, in der diese Mesonen 9 Punkte belegen. Gruppierung:

	I_3	S	
u	1/2	0	entgegengesetzt
d	-1/2	0	
s	0	-1	

$SU(3)_f$ Gruppensymmetrie im Flavor f, bei exakter Symmetrie sollten die 8 Teilchen im Oktett alle dieselbe Masse haben. Wird durch unterschiedliche Quarkmassen gebrochen

$m_u \approx 2 \text{ MeV}$ $m_d \approx 5 \text{ MeV}$ $m_s \approx 95 \text{ MeV}$

die 9 energetisch günstigsten Zustände nennt man "pseudoskalare Mesonen", da $J=0$ und Parität,

(die Symmetrie der Wellenfunktion unter räumlicher Inversion $\vec{r} \rightarrow -\vec{r}$) negativ ist.

Momentenquantenzahl $J^{\pi} = 0^{-}$

Erinnerung: bezüglich Spin kann die Wellenfunktion sym. oder antisym. sein.

Für eine gegebene Spinzustand S gruppieren sich die Teilchen in Multipletts bezüglich des Isospins

Pion: $\pi^{+} = u\bar{d}$ $m_{\pi^{+}} = 139 \text{ MeV}/c^2$ $I_3 = 1$ $S = 0$
 $\pi^{-} = \bar{u}d$ $m_{\pi^{-}} = "$ $I_3 = -1$ "
 Antiteilchen zu π^{+}

$\pi^{0} = \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d})$ $m_{\pi^{0}} = 135 \text{ MeV}/c^2$ $I_3 = 0$ "

die Pionen bilden ein Triplett $I = 1, I_3 = 1, 0, -1$

Kaon: $K^{+} = u\bar{s}$ $m_{K^{+}} = 494 \text{ MeV}/c^2$ $I_3 = 1/2$ $S = 1$
 $K^{-} = \bar{u}s$ $m_{K^{-}} = "$ $I_3 = -1/2$ $S = -1$
 Antiteilchen zu K^{+}

ein Dublett $I = 1/2$ und $I_3 = 1/2, -1/2$

es gibt ein zweites Dublett

$K^{0} = d\bar{s}$ $m_{K^{0}} = 498 \text{ MeV}/c^2$ $I_3 = -1/2$ $S = 1$

$\bar{K}^{0} = \bar{d}s$ $m_{\bar{K}^{0}} = "$ $I_3 = 1/2$ $S = -1$

Antiteilchen zu K^{0}


2 Teilchen fehlen noch, eines im Oktett und das Singulett: $\frac{1}{\sqrt{6}}(u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s})$ und $\frac{1}{\sqrt{3}}(u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s})$

Eta: η $m_{\eta} = 548 \text{ MeV}/c^2$ $I_3 = 0$ $S = 0$

η' $m_{\eta'} = 958 \text{ MeV}/c^2$ $I_3 = 0$ $S = 0$

entsprechen (in etwa) diesen beiden Zuständen

da die Quantenzahlen I_3 und S beide Null sind, können die Zustände η und η' sind keine reinen Flavoroktett und Flavorsingulett Zustände.

Bei paralleler Kopplung der Quark- und Nukleon-Spins $\uparrow\uparrow S=1$ wieder 7 Zustände mit $L=0$ und $J=1$, die Vektormesonen $J^P=1^-$  [Fig. 7-3] durch die parallelen Spins höher in der Energie (Masse)

Rho g^+, g^0, g^- $m_\rho = 775 \text{ MeV}$ Analog des Pions, ebenfalls ein Isospintriplett

K* 2 Dubletts K^{*+}, K^{*-} Analog K^\pm $m_{K^{*+}} = 892 \text{ MeV}c^2$
 K^{*0}, \bar{K}^{*0} " K^0, \bar{K}^0 $m_{K^{*0}} = 896 \text{ MeV}c^2$

die beiden restlichen Teilchen ω und ϕ ; hier sind Oktett und Singulett Zustände so gemischt, daß $\omega \approx \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} + d\bar{d})$ $m_\omega = 783 \text{ MeV}c^2$
 und $\phi \approx s\bar{s}$ $m_\phi = 1019 \text{ MeV}c^2$

erklärt Massen ($m_\rho \approx m_\omega$) und ($m_\phi > m_\omega$) (Gell-Mann Okubo Formel siehe z.B. Perkins 4.7)

Summenregel für Massen in einem Multiplett

$$M = a_0 + a_1 S + a_2 \left(I(I+1) - \frac{1}{4} S^2 \right)$$

und Zerfälle $\omega \rightarrow 3\pi$ und $\phi \rightarrow K\bar{K}$

Alle Vektormesonen zerfallen stark

$$g \rightarrow 2\pi \quad \Gamma = 149 \text{ MeV} \quad K^* \rightarrow K\pi \quad \Gamma = 47 \text{ MeV}$$

7.2 Baryonen

3 Valenzquarks, Spin $S=1/2$ oder $3/2$
 mögliche elektrische Ladung $++, +, 0, -$
 Baryonzahl $A=1$
 und entsprechende Antibaryonen

totale Wellenfunktion muß bezüglich Vertauschung von 2 Quarks definierte Symmetrie haben und zwar antisymmetrisch sein, da Baryonen Fermionen sind.

Betrachte zunächst

$$\Psi(1,2,3) = \underbrace{\Psi_r(1,2,3)}_{\text{räumlich}} \cdot \underbrace{\chi_s(1,2,3)}_{\text{Spin}} \cdot \underbrace{\phi_f(1,2,3)}_{\text{Flavor}}$$

das reicht nicht aus.

Es existiert ein Baryon (uuu) mit Spin $S=3/2$ und $L=0$. Es ist ein Ladungszustand des 1. angeregten Zustands des Nucleons, des Δ , das $\Delta^{++}(1232)$

$$\begin{array}{lll} L=0 \rightarrow s\text{-Welle} & \rightarrow \Psi_r \text{ ist symmetrisch} & \\ S=3/2 & \uparrow\uparrow\uparrow & \chi_s \quad \text{"} \\ \text{uuu} & & \phi_f \quad \text{"} \end{array}$$

es muß einen zusätzlichen antisym. Teil der Wellenfunktion geben \leftarrow Evidenz für Farbe

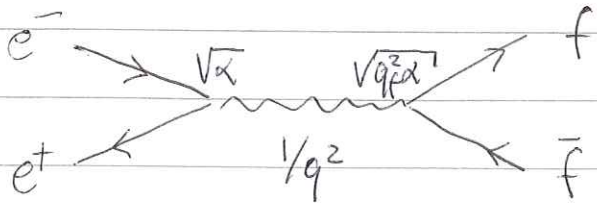
3 Quarks, jedes mit einer anderen von 3 Farben
 Konstruktion einer antisym. Farbwellenfunktion

$$\phi_c = \frac{1}{\sqrt{6}} \sum_{i,j,k} \epsilon_{ijk} u_i u_j u_k$$

$$= \frac{1}{\sqrt{6}} (u_1 u_2 u_3 - u_1 u_3 u_2 - u_3 u_2 u_1 + u_2 u_3 u_1 - u_2 u_1 u_3 + u_3 u_1 u_2)$$

Produkt $\Psi_r \chi_s \phi_f$ immer sym. für Baryonen

Experimentelle Evidenz für 3 Farben:
 mehrere Observable, z.B. Wirkungsquerschnitt
 e^+e^- -Annihilation in Fermionenpaar



$$\sigma_{e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-} = \frac{4\pi\alpha^2(\hbar c)^2}{3s}$$

mit $\sqrt{s} = q^2 \leftarrow$ c.m. Energie
 des e^+e^- -Paares, $q_f = \pm 1$ für Myon

$$\sigma_{e^+e^- \rightarrow u\bar{u}} = \frac{4}{9} \frac{4\pi\alpha^2(\hbar c)^2}{3s} \text{ ohne Farbe}$$

bzw. " = $3 \cdot \frac{4}{9} \dots$ mit 3 Farben

$$\sigma_{e^+e^- \rightarrow q\bar{q}} = 3 \cdot \frac{4\pi\alpha^2(\hbar c)^2}{3s} \sum_f q_f^2$$

und das Verhältnis

$$R = \frac{\sigma_{e^+e^- \rightarrow \text{Hadronen}}}{\sigma_{e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-}} = 3 \sum_f q_f^2$$

erwartet als Funktion von s Stufen in $R(s)$, je nachdem welche Quarkflavors energetisch produziert werden können.

- unterhalb der K^+K^- -Schwelle $R = 3\left(\frac{4}{9} + \frac{1}{9}\right) = \frac{5}{3}$
 ($2.494 \text{ GeV} \approx \sqrt{s}$) $\uparrow_u \quad \uparrow_d$

- oberhalb K^+K^- und unterhalb $D\bar{D}$ -Schwelle

(D: Meson mit c-Quark, $\sqrt{s} \leq 3729 \text{ MeV}$) $R = 3\left(\frac{4}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9}\right) = 2$

- oberhalb $D\bar{D}$ und unterhalb $B\bar{B}$ -Schwelle

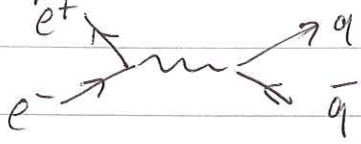
(B: Meson mit b-Quark, $\sqrt{s} \leq 10.6 \text{ GeV}$) $R = 3\left(\frac{4}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{4}{9}\right) = \frac{10}{3}$

- oberhalb $B\bar{B}$ -Schwelle $R = \frac{11}{3}$

\rightarrow Fig. 7-4

Jets

Was passiert mit den Quarks, die in Prozessen wie e^+e^- gebildet werden?



sie hadronisieren als Jets

q und \bar{q} bewegen sich mit hohem Impuls auseinander, es bildet sich zwischen ihnen ein "Colorstring", der abrisst und neues q und \bar{q} an den Enden bildet, sobald genügend Energie als pot. Energie im String gespeichert ist die kleinen Stringstücke werden Mesonen (und wenige Baryonen), die in Spray von Teilchen \equiv Jet experimentell nachgewiesen werden.

\Rightarrow Fig. 7-4a

Topquark wurde über Jets entdeckt

CDF und DØ Experimente am Tevatron in Fermilab
 $p + \bar{p}$ bei $\sqrt{s} = 1.8 \text{ TeV}$

$$p + \bar{p} \rightarrow t + \bar{t} + X$$

$$W \rightarrow \ell + \bar{\nu}_\ell \text{ oder } q + \bar{q}$$

$$\begin{cases} \hookrightarrow \bar{b} + W^+ \\ \hookrightarrow b + W^- \end{cases}$$

2 b-Jets + u.u. 2 o. 4 Jets (inkl. W)

- b-Jets kann man identifizieren, da "displaced vertex" wegen schwachen Zerfall einer B-Mesons

$c\tau \approx 460 \mu\text{m}$ vergrößert durch Lorentzfaktor γ

- Rekonstruktion der inv. Masse der t und der \bar{t} Zerfallsprodukte \rightarrow Topquark Masse

\Rightarrow Fig. 7-4b

Zurück zur Konstruktion einer gesamten Baryonwellenfunktion mit definierten Symmetrieeigenschaften bezüglich Vertauschung von 2 Quarks:
benötige z.B. sym. Spin-Flavor Wellenfunktion
wenn Ψ_r sym. (bei $L=0$, s-Welle) und ϕ_c antisym.
(Proton, Neutron, ...)

Kopple zunächst 2 Quarks zu Zustand definiert Symmetrie und addiere 3. Quark

Beispiel: Proton (uud, Spin $S=1/2$, $L=0$)

Spin: $\uparrow\uparrow, \frac{1}{\sqrt{2}}(\uparrow\downarrow + \downarrow\uparrow), \downarrow\downarrow$ sym. Triplett $\left. \begin{array}{l} S=0 \text{ in} \\ \text{oder } \frac{1}{\sqrt{2}}(\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow) \text{ antisym. Singulett} \end{array} \right\} \text{ beider mögl.}$

Flavor: ebenso für u und d-Quark ($I_3 = +1/2, -1/2$ gekoppelt zu $I_3=0$)

wähle jeweils antisym. Singulett für 2 Quarks
($u\downarrow d\downarrow - u\downarrow d\uparrow - d\uparrow u\downarrow + d\uparrow u\uparrow$) $\underbrace{\quad}_{\text{kopple 3. Quark}}$

Symmetrisierung durch zyklische Permutationen (insgesamt 12) \leftarrow siehe Blatt 8, üben

Baryon-Multipletts: energetisch am niedrigsten
 $L=0, S=1/2 \sim \bar{10}$ Oktett \Rightarrow Fig. 7-5

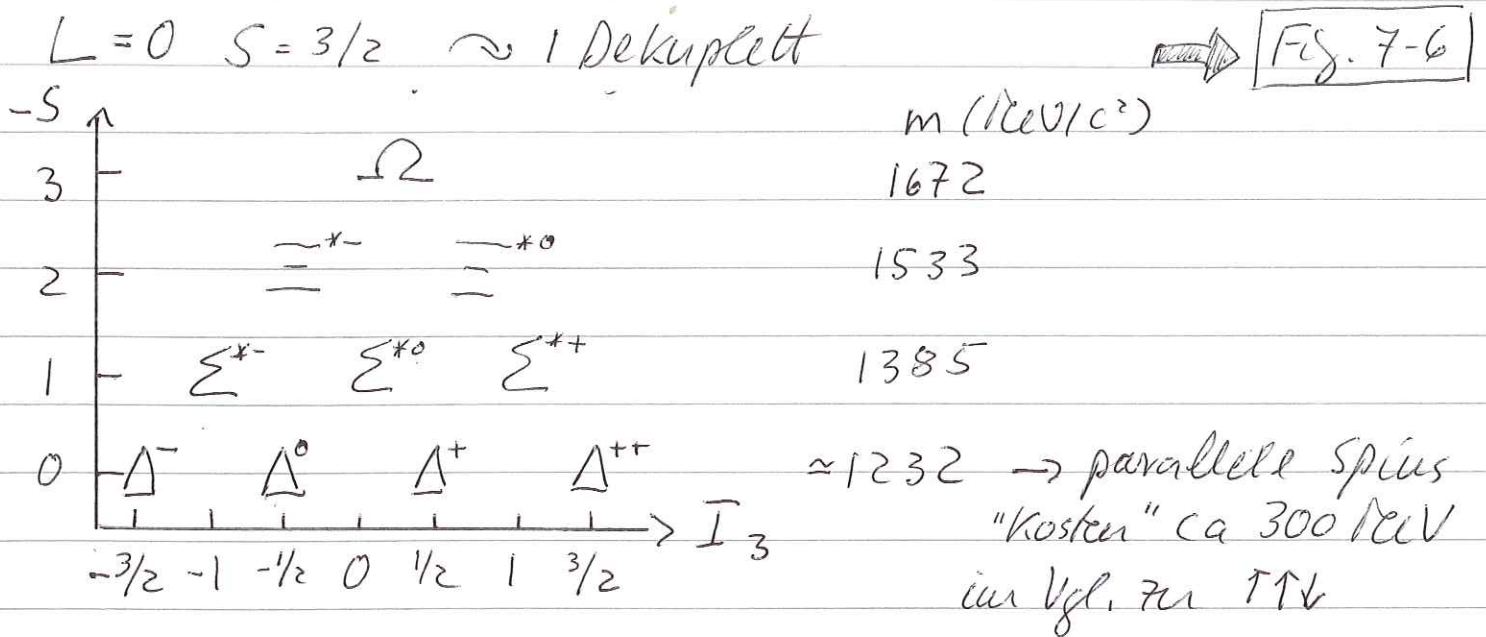
• warum fehlen die Ecken

$I_3 = 3/2, S=0$ $I_3 = -3/2, S=0$ $I_3 = 0, S=-3$? (3 ident. Quarks)
kann keine sym. Spin-Flavor Wellenfunktion mit $S=1/2$ bilden

für $L=0, S=3/2$ funktioniert es!

• warum 2 uds - Zustände? für Zustand mit Quarkinhalt uds ist $I_3=0$, kann Teil eines sym. Triplets mit $I=1$ ($I_3 = +1, 0, -1$) sein $\rightarrow \Sigma^+, \Sigma^0, \Sigma^-$ als uus, uds, dds

oder ein antisym. Singulett $I=0, I_3=0 \rightarrow \Lambda$ mit uds



Magnetisches Moment des Protons / Neutrons im
Konstituente Quarkmodell

für die einzelnen Valenzquarks gilt

$$\langle \mu_s \rangle = g_s \mu_0 m_s \quad \text{mit } g_s = 2 \text{ für punktförmige Quarks}$$

$$m_s = 1/2 \text{ und Magneton } \mu_{u,d} = \frac{Q_{u,d} \hbar c}{2m_{u,d} c^2}$$

durch geeignete Kopplung der Spins der 3 Quarks im Nukleon kann das magnetische Moment durch eine Summe über die Beiträge einzelner u - und d -Quarks (mit entsprechenden Gewichten) ausgedrückt werden. → Übungsaufgabe

Wenn man im Magneton für die u - und d -Quarks zusätzlich zu den Ladungen $+2/3 e$ und $-1/3 e$ eine sogenannte "Konstituente Masse" $m_{u,d} \approx 0.34 \text{ GeV}$ einsetzt, können die anomalen magnetischen Momente des Nukleons in diesem additiven Quarkmodell gut beschrieben werden.

7.3 Quarkonia

schwere Quarks (c und b) bilden mit ihren jeweiligen Antiquarks im Potential der starken WW Wasserstoff- oder Positronium-ähnliche Zustände "Cornell-Potential"

$$V = -\frac{4}{3} \frac{\alpha_s \hbar c}{r} + kr \quad K = \mathcal{O}(1 \text{ GeV/fm})$$

in reinem Coulombpotential \rightarrow Bohrradius a


$$a = \frac{3\hbar c}{4\mu c^2 \alpha_s} \quad \text{mit reduzierte Masse } \mu = m_{c,b}/2$$

mit $m_c c^2 \approx 1.3 \text{ GeV}$ und $\alpha_s = 0.3 \rightarrow a = 0.7 \text{ fm}$

in Cornellpotential ist Radius des 1s-Zustands etwa 0.3 fm

Charmer- und Beauty-Quarks wurden über 1s-Zustand entdeckt, mit Quantenzahlen des Photons, also $J^P = 1^-$ in spektroskopischer Notation ist

71q ein 1^3S_1 -Zustand

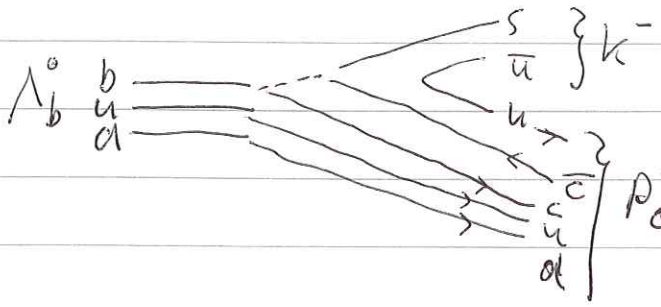
 Fig. 7-7

es gibt alle anderen Zustände analog zu Positronium, allerdings ist Feinstruktur aufspaltung viel größer!

7.4 Ungewöhnliche Quark-Gluon-Materie

- Quark-Gluon Plasma: bei sehr hoher Temperatur gibt es einen Zustand, in dem Confinement aufgehoben ist und Quarks und Gluonen sich ähnlich wie Elektronen und Ionen in einem Plasma bewegen
- "QGP" existierte im frühen Universum (ns bis 10 μ s)
- im Labor: produziert in hochenergetischen Kern-Kern-Koll z.B. Baur
LHC

- Pentaquarks: 2015 wurden von LHCb 2 Zustände ent-
deckt im Zerfall von Λ_b^0 (Phys. Rev. Lett. 115 (2015)
072001)



zerfällt stark nach $\gamma/\psi + p$
daher Quarkinhalt ($c\bar{c}u\bar{d}$)
 $m = 4380 \pm 30 \text{ MeV}$ $\Gamma = 205 \text{ MeV}$

$4450 \pm 3 \text{ MeV}$ 39 MeV

könnte dies auch ein $\gamma/\psi - p$ -Molekül sein?

- Tetraquarks: von BELLE 2013 und LHCb 2014 ein
Zustand gefunden in $B^0 \rightarrow \psi' + K^- + \pi^+$

$Z(4430)^- \rightarrow \psi' \pi^- \quad J^{\pi} = 1^+$

($c\bar{c}u\bar{d}$) starker Zerfall, $\Gamma = 45 \text{ MeV}$

auch hier Frage nach Molekül

- Glueballs: da Quonen Farbladung tragen, sind
gebundene Zustände aus Quonen (und Sequarks)
theoretisch vorhergesagt (F. Coase "Gebilde aus reiner Kernkraft")
bisher 1394 Publikationen (allerne 14 in 2016), aber
noch kein Zustand eindeutig identifiziert.
Neutral, kein Flavor, aus 2 Quonen möglich
für $S=0$, 2 L ungerade für $S=1$ L ungerade