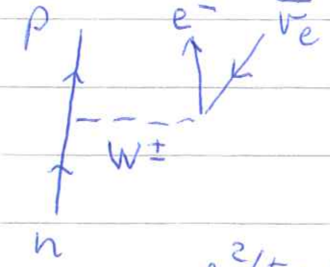
$V_{em}(r) = \frac{e^2}{r}$ Fouriertransformation $\rightarrow V_{em}(q^2)$

$$V_{em}(q^2) = \int V_{em}(r) \exp\left(\frac{i}{\hbar}\vec{q}\cdot\vec{r}\right) d\vec{r} = \frac{e^2\hbar^2}{q^2}$$

Propagator des masselosen Photons $\frac{1}{q^2}$, dimensionslose Kopplungskonst $\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} \simeq \frac{1}{137}$

<u>schwache WW</u>
z.B. β-Zerfall
des Neutrons
$m_W = 80.4$ GeV

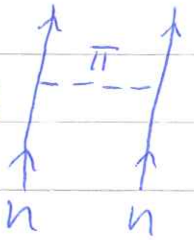


$$V_{wk}(r) = \frac{g^2}{r} \exp\left(-\frac{m_W r}{\hbar c}\right)$$

$$V_{wk}(q^2) = \frac{g^2}{q^2 - m_W^2}$$

$g^2/\hbar c \simeq 4 \cdot 10^{-3}$

<u>starke WW</u>
Nukleon-Nukleon WW
Yukawa, Pion Austausch
$m_\pi \simeq 140$ MeV



$$V_{strong}(r) = \frac{g_s^2}{r} \exp\left(-\frac{m_\pi r}{\hbar c}\right)$$

$$V_{strong}(q^2) = \frac{g_s^2}{q^2 - m_\pi^2}$$

auf noch kleinere Skala starke WW von Quarks durch Austausch von Gluonen

für schwere Quarks
Potentialbild sinnvoll, z.B. Charm-Qu.
$g_s^2/\hbar c \simeq 15$ $\alpha_s = \frac{g_s^2}{4\pi}$
stark q^2-abhängig

$$V(r) = \underbrace{-\frac{\alpha_s}{r}}_{\text{Coulomb-artiger Teil, bei kleinem } q^2 \text{ ist } \alpha_s \simeq O(1)} + \underbrace{kr}_{\text{Confinement}}$$

$k \simeq 1 \frac{\text{GeV}}{\text{fm}}$

WW werden durch Feldtheorien beschrieben

em WW $\longleftrightarrow$ QED (Nobelpreis 1965 Feynman, Schwinger, Tomonaga)

em + schwache WW $\longleftrightarrow$ elektroschwaches Standardmodell
(Nobelpreis 1979 Glashow, Salam, Weinberg)

starke WW $\longleftrightarrow$ Quantenchromodynamik QCD
(Gross, Politzer, Wilczek Nobelp. 2004)
relative Stärke: stark q^2-abhängig wegen Masse Austauschboson und q^2-abhängigen Koppl. konst.
bei $q^2 = 1\,GeV^2$ $\quad V_{stark}/V_{em} \simeq 2 \cdot 10^3$
$V_{em}/V_{WK} \simeq 1.2 \cdot 10^4$

typische Reichweite: gegeben durch Masse Austauschboson $\Delta x \cdot m \simeq \hbar c/2$
starke WW (Pionaustausch) $\Delta x \simeq 1.4 \cdot 10^{-15}\,m$
schwache WW (W, Z-Bosonen) $\Delta x \simeq 2 \cdot 10^{-18}\,m$
em (masseloses γ) $\Delta x = \infty$
starke WW (Gluonaustausch) gegeben durch Confinement, Größenordnung $10^{-15}\,m$
$\boxed{\text{Abb 5.1}}$

5.4 Der Teilchenzoo

3 Sorten von Elementarteilchen:
Leptonen, Quarks $\sim$ aus Quarks zusammengesetzte Teilchen "Hadronen", Austauschteilchen, die WW vermitteln "Vektorbosonen" oder "Eichbosonen"

a) Leptonen - 3 elektrisch negativ geladene, 3 neutrale geordnet in 3 Generationen, dazu 6 Antiteilchen m. entgegengesetzter Ladung (siehe unten)

Gen.	geladen	neutral	Leptonzahl	Masse (gel)	Lebensdauer
1	e^-	ν_e	$L_e = 1$	$m_e c^2 = 0.511\,MeV$	∞ stabil
2	μ^-	ν_μ	$L_\mu = 1$	$m_\mu c^2 = 106\,MeV$	$2.2\,\mu s$
3	τ^-	ν_τ	$L_\tau = 1$	$m_\tau c^2 \simeq 1777\,MeV$	$3 \cdot 10^{-13}\,s$

jede Generation charakterisiert durch eine ladungsartige Quantenzahl, die Leptonzahl L, die zumindest in starker und elektromagnetischer WW erhalten sind. Erhaltung auch gute Orientierung für schwache WW, aber Suche nach Verletzung.

Alle Leptonen haben Spin $S = 1/2$

punktförmig, soweit Messung geht, $r < 10^{-18}$ m aus Übereinstimmung Elektron g-Faktor mit QED Berechnung

Myon in kosmischer Strahlung entdeckt (Anderson & Neddermeyer 1936). Zuerst wurde angenommen, daß es das Teilchen ist, das Kernkraft vermittelt (Yukawa-Teilchen), fälschlicherweise μ-Meson genannt zuerst. Ende 1940er realisiert:

$\pi^+ \to \mu^+ + \nu_\mu$

↳ Pion vermittelt NN-WW

Myon ist instabil, zerfällt mit Lebensdauer

$\tau = 2.2\,\mu s$ $\quad \mu^- \to e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$

	μ^-	e^-	$\bar{\nu}_e$	ν_μ
L_e	0	1	-1	0
L_μ	1	0	0	1

Tau-Lepton τ 1975 in Stanford entdeckt (M. Perl)

$e^+ + e^- \to \tau^+ + \tau^-$ $\quad m_\tau c^2 = 1776.86 \pm 0.12$ MeV

Lebensdauer $\tau_\tau = (290.3 \pm 0.5) \cdot 10^{-15}$ s $\quad c\tau \approx 87\,\mu m$

wegen großer Masse viele mögliche Zerfallskanäle

Neutrinos elektrisch neutral, haben Masse, Neutrino-

Oszillationen messen quadratische Massendifferenzen Δm^2, absolut nur Obergrenze bekannt. Aus Tritium β-Zerfall $m_{\nu_e} c^2 < 2\,\mathrm{eV}$

$\nu_\mu \neq \nu_e$ entdeckt 1960er Brookhaven Nat. lab.

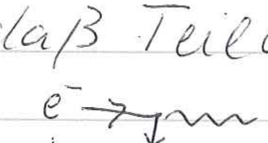
Zu jedem Teilchen gibt es ein Antiteilchen mit identischer Masse, Lebensdauer, Spin, aber entgegengesetzte "Ladung" (elektrische Ladung, aber auch alle anderen ladungsartigen additiven Quantenzahlen wie z.B. Leptonzahl, Baryonzahl, Strangeness ...)

erstes Beispiel: Positron e^+, erscheint in Diracgleichung als 2. Lösung, Konsequenz von $E^2 = p^2c^2 + m^2c^4$ "Elektron mit negativer Energie bewegt sich im externen Feld als hätte es eine positive Ladung (Dirac 1929). 1931 postuliert Dirac Existenz eines noch unbeobachteten 'Antielektrons' gleicher Masse, das mit Elektron annihiliert. Positron 1932 von Anderson in kosmischer Strahlung entdeckt

Fig. 5-2

"Ladungserhaltung" erlaubt, daß Teilchen und Antiteilchen sich vernichten

$$e^+ + e^- \to \gamma\gamma$$



ebenso paarweise Erzeugung, Paarbildung

$$\gamma + \gamma \to e^+ + e^-$$

WW Feld eines Atomkerns

analog Antiproton $\bar{p}$ und Proton p
Antineutron $\bar{n}$ und Neutron n
Antineutrino $\bar{\nu}_e$ und Neutrino ν_e

typische Notation: – über Symbol

Tabelle der 6 Antileptonen

Generation	Teilchen		Leptonzahl
1	e^+	$\bar{\nu}_e$	$L_e = -1$
2	μ^+	$\bar{\nu}_\mu$	$L_\mu = -1$
3	τ^+	$\bar{\nu}_\tau$	$L_\tau = -1$

b) 6 Quarks, je 3 mit Ladung $q = +2/3\, e$ und 3 mit Ladung $q = -1/3\, e$, alle haben Spin $S = 1/2$ und eine zusätzliche ladungsartige Quantenzahl: 6 Quarkflavors, ausgezeichnet durch Flavorquantenzahl ⇒ $\boxed{\text{Fig 5-3}}$

Isospin $I = 1/2$ $I_3 = +1/2$ ~ u up-Quark
$-1/2$ d down-Quark
Strangeness $S = -1$ s strange-Quark
Charm $C = 1$ c charm-Quark
Beauty $B = -1$ b beauty- oder bottom-Quark
Topness $T = 1$ t top-Quark

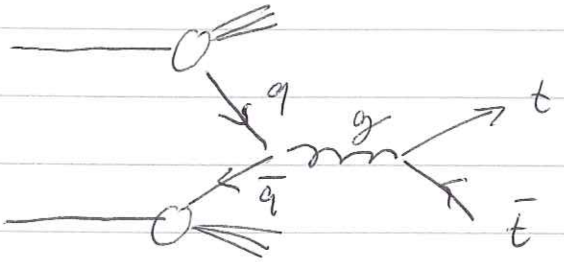
Quarks kommen nicht frei in der Materie vor
→ "Confinement"
Suche in der Materie, typische Werte $\frac{\text{Quark}}{\text{Nukleon}} < 10^{-22}$
in kosmischer Strahlung Fluß $< 9.2 \cdot 10^{-15} / m^2 \cdot sr \cdot s$
Fluß kosm. " insgesamt $\approx 10^4 / m^2 \cdot sr \cdot s$
Produktionsquerschnitt am Beschleuniger $< 2 \cdot 10^{-39}\, cm^2$
in pp am LHC vgl $\sigma_{inel} = 100\, mb = 10^{-25}\, cm^2$

Konzept Quarks: 1964 Vorschlag (unabhängig) von Gell-Mann und Zweig; damals 3 Quarks, 4. Quark 1974 gleichzeitig in Brookhaven und

Stanford entdeckt als $c\bar{c}$-Zustand, Name
S. Ting & Co BNL $p + Be \to J + X$ $\sqrt{s} = 7.5$ GeV
B. Richter & Co SPEAR/SLAC $e^+ + e^- \to \psi$ $\sqrt{s} = m = 3.097$ GeV
jetzt 'Doppelname' J/ψ

1977 wurde in Stanford b-Quark als 5. Quark entdeckt 400 GeV $p + Be, Cu, Pt \to \Upsilon + X$ $m_\Upsilon c^2 \approx 10$ GeV
$\hookrightarrow b\bar{b}$-Zustand 1S

seitdem Suche nach dem 6. Quark, 1995 am Tevatron in Fermilab entdeckt
$p + \bar{p} \to t + \bar{t} + X$ $\sqrt{s} = 1.8$ TeV



Top-Quark zerfällt mit $\tau = 4 \cdot 10^{-25}$ s in b-Quark und W^+-Boson $t \to b + W^+$

Quarks tragen eine zusätzliche Ladung über die sie wechselwirken, sogenannte "Farbladung", und zwar eine von 3 möglichen r, g, b

wie bei den Leptonen gibt es 6 Antiteilchen: 6 Antiquarks mit entsprechenden Antiladungen (einschließlich Antifarben)
z.B. Antistrange-Quark $\bar{s}$ $q = +1/3\,e$, $S = 1$ in
$\bar{r}$ oder $\bar{g}$ oder $\bar{b}$

<u>Massen</u> in der Tabelle: sogenannte "Stromquarkmassen", können bis auf Topquarkmasse <u>nicht direkt</u> gemessen werden, folgen aus Eigenschaften von gebundenen Quarkzuständen (Hadronen) und

theoretischen Konzepten. Besonders schwierig für leichte Quarks ⇒ Fig 5-4
Warum so schwierig? Zu gebundenen Zuständen ändern sich durch eine spontane Symmetriebrechung (chirale Symmetriebrechung) die Stromquarkmassen in sogenannte "Konstituentenquarkmassen" (Nambu, Nobelpreis 2008)
z.B. d-Quark Konstituentenquarkmasse $\simeq 300$ MeV

Zusammenstellung der elementaren Fermionen ⇒ Fig 5-5
und der die fund. WW vermittelnden Eichbosonen ⇒ Fig 5-6

gebundene Zustände aus Quarks: "Hadronen"
zwei Typen
- 3 Valenzquarks unterschiedlicher Farbe → "Baryonen" (z.B. Proton) sind Fermionen
- je 1 Valenzquark und Antiquark entgegengesetzter Farbe "Mesonen" (z.B. Pion) sind Bosonen

Quarks und Hadronen wechselwirken stark
Leptonen (z.B. Elektronen) " nicht "
alle wechselwirken elektromagn. und schwach

Starke WW bindet Quarks in Nukleonen, Nukleonen zu Atomkernen, em WW bindet Atomkerne und Elektronen zu Atomen, können auch Myonen sein (myonische Atome)
Antimaterie: Antiprotonen und Antineutronen → Antikerne, $^3\overline{He}$, $^4\overline{He}$ in Kern-Kern Koll. bei RHIC & LHC
Antiwasserstoff am CERN (STAR & ALICE)

5.5 Zerfallsbreite

Zerfall eines instabilen Teilchens oder einer Resonanz nach radioakt. Zerfallsgesetz $N(t) = N_0 \exp(-\lambda t)$
$\lambda = \frac{1}{\tau} = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$ (siehe oben)

Zustand einer festen Energie E_r beschrieben durch Wellenfunktion $\Psi(t) = \underbrace{\Psi_0}_{\text{ortsabhängiger Teil d. Wellenfunktion}} \underbrace{\exp(-iE_r t/\hbar)}_{\text{zeitabhängiger Teil der WF aus Schrödingergleichung}}$

Wahrscheinlichkeit, Teilchen zu finden
$\Psi^*\Psi = \Psi_0^2$ zeitlich konstant, kein Zerfall

Ansatz für zerfallendes Teilchen: komplexe Energie
$E_r - i\Gamma/2$ mit Γ reell

$\Psi(t) = \Psi_0 \exp(-iE_r t/\hbar) \exp(-\Gamma t/2\hbar)$
$\Psi^*\Psi = \Psi_0^2 \exp(-\Gamma t/\hbar) \rightarrow$ exponentieller Zerfall
mit $\frac{\Gamma}{\hbar} = \lambda = \frac{1}{\tau}$ oder $\Gamma\tau = \hbar$

aus $\Psi(t)$ durch Fouriertransformation $\Psi(\omega)$

$$\Psi(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty \Psi(t) \exp(i\omega t)\, dt$$

$$= \frac{\Psi_0}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty \exp\left(-t\left(\frac{i}{\hbar}(E_r - E) + \frac{\Gamma}{2\hbar}\right)\right) dt$$

$$= \frac{\Psi_0}{\sqrt{2\pi}} \frac{i\hbar}{(E - E_r) + i\Gamma 2}$$

Wahrscheinlichkeit $P(E) = A\, \Psi(\omega)\, \Psi^*(\omega)$
Normierung $A = \Gamma/\hbar^2 \Psi_0^2$ für $\int P(E)\, dE = 1$

$$P(E) = \frac{\Gamma}{2\pi} \frac{1}{(E-E_r)^2 + \Gamma^2/4}$$

Lorentz- oder Breit-Wigner Verteilung
Peak bei E_r, FWHM: Γ

Aufgrund seiner endlichen Lebensdauer besitzt Teilchen Energiebreite Γ

Γ bzw τ werden durch freigesetzte Energie (Phasenraum) und Art d. WW bestimmt

stark	$\Delta(1232)$	$\tau = 10^{-23}$ s	$\Gamma = 100$ MeV
em	π^0	10^{-18} s	1 keV
schwach	$\pi^\pm$	10^{-8} s	10^{-7} eV
	n	10^{3} s	10^{-18} eV

6. Strukturinformation aus Streuexperimenten

Struktur: räumliche Verteilung von Masse und Ladung $\rho(x)$ und $e\rho_c(x)$. Auch Verteilung der Magnetisierung für ausgedehnte Objekte mit magn. Moment

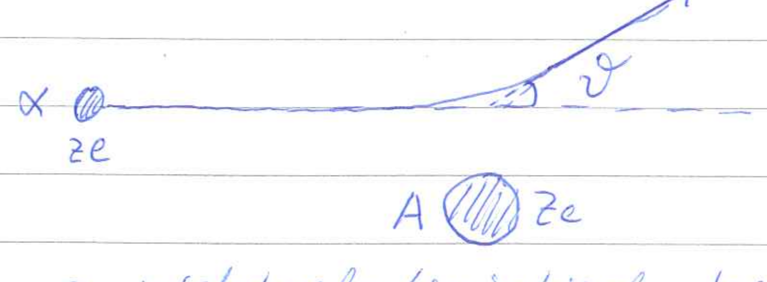
Information aus Streuexperimenten: messe Wirkungsquerschnitt als Funktion von Streuwinkel oder Impulsübertrag. Ablenkung eines geladenen Teilchen im Coulombfeld e. geladenen Targets.
- Wahl der Energie: de Broglie Wellenlänge muß von der Größenordnung der aufzulösenden Struktur sein $\lambda = \frac{hc}{pc}$

Atomkern $\Delta x \simeq 10$ fm $\sim pc \simeq 120$ MeV

sonst sieht man nur Atomkern als Ganzes

6.1 Elastische Streuung

a) Rutherfordstreuung von α-Teilchen an Goldfolie und Entdeckung des Atomkerns (Rutherford, Geiger, Marsden 1908 - 1909)



Annahme: Streupartner punktförmig, geladen kin. Energie T klein gegen Masse Goldkern

$\rightarrow$ nichtrelativistisch, kein Rückstoß

$$\boxed{\frac{d\sigma^R}{d\Omega} = \frac{(zZe^2)^2}{16T^2}\frac{1}{\sin^4(\vartheta/2)}} \leftarrow \text{Rutherford Streuformel}$$

Messung des Wirkungsquerschnitts in Übereinstimmung mit $\frac{d\sigma^R}{d\Omega}$ zeigte: Atomkern kleiner als Annäherung α-Teilchen an Kern größte Annäherung bei Rückwärtsstreuung: kin. Energie gleich Coulombrepulsion $T = \frac{e^2 z Z}{D}$

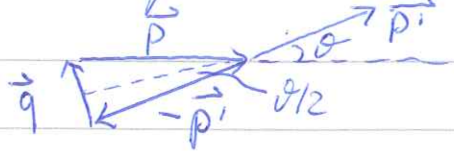
5 MeV α-Teilchen auf Gold $\overset{D}{\rightsquigarrow}$ $D = 45\,\mathrm{fm}$

elastische Streuung: Photon überträgt 4er Impuls q $\quad q^2 = (E-E')^2 - (\vec{p}-\vec{p}\,')^2$

im cm-System für elastische Streuung

$E = E'$ $\quad |\vec{p}| = |\vec{p}\,'|$ $\quad q^2 = -\vec{q}^{\,2}$

Impuls ändert nur seine Richtung



$$\vec{q} = \vec{p} - \vec{p}\,'$$

$$|\vec{q}|/2 = |\vec{p}| \sin(\vartheta/2)$$

quantenmechanisch wird der Wirkungsquerschnitt durch eine Streuamplitude $f(\vec{q}^{\,2})$ beschrieben

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\vec{q}^{\,2})|^2$$

jetzt Streuung eines geladenen Teilchens am Coulombpotential eines Atomkerns, sphärisch-symm., ein- und auslaufende Teilchen ebene Wellen (Born'sche Näherung). $\psi_i = \exp(i\vec{p}\cdot\vec{r}/\hbar)$ $\quad \psi_f = \exp(i\vec{p}\,'\cdot\vec{r}/\hbar)$

$$f(\vec{q}^{\,2}) = -\frac{m}{2\pi\hbar^2} \int V(r) \exp\left(\frac{i\vec{q}\cdot\vec{r}}{\hbar}\right) d\vec{r}$$

$$= -\frac{2m}{q\hbar} \int r\,dr\, V(r) \sin\left(\frac{qr}{\hbar}\right) \quad \text{mit } q = |\vec{q}| \quad r = |\vec{r}|$$

Coulombpotential abgeschirmt durch Elektronen

$$V(r) = \frac{zZe^2}{r} \exp(-r/a) \quad \text{mit } a \simeq 10^5\,\mathrm{fm} = 1\,\text{Å}$$

$$\rightsquigarrow \quad f(\vec{q}^2) = -\frac{2mzZe^2}{q^2 + \hbar^2/a^2}$$

für Energien und Impulsüberträge qc im MeV-Bereich kann $(\hbar c)^2/a^2$ vernachlässigt werden

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = f(q^2) = \frac{4m^2z^2Z^2e^4}{q^4}$$

für relativistische Teilchen wird Masse m durch totale Energie $E \approx p$ ersetzt und mit $d\sigma/dq^2 = d\sigma/d\Omega \cdot d\Omega/dq^2$

$$\boxed{\frac{d\sigma}{dq^2} \frac{[fm^2]}{[MeV^2]} = \frac{4\pi(zZ)^2e^4}{q^4} \frac{[MeV^2 fm^2]}{[MeV^4]}}$$

einfachster Punktladungsquerschnitt im c.m. System

im Laborsystem muß Rückstoß berücksichtigt werden $\frac{d\sigma}{dq^2_L} = \frac{d\sigma}{dq^2_{cm}} \cdot \frac{E'}{E}$ mit $E' = E \frac{1}{1 + \frac{2E}{m}\sin^2(\vartheta/2)}$

b) Streuung relativistischer Spin 1/2 Teilchen an Punktladung Ze

elastische Elektronenstreuung, durch magnetische Moment Modifikation des Rutherford Querschnitts

Mott-Querschnitt $$\frac{d\sigma^M}{dq^2} = \frac{4\pi Z^2e^4}{q^4}\left(1 - \underbrace{\beta^2\sin^2\left(\frac{\vartheta}{2}\right)}_{}\right)$$

WW von magnetischem Moment des Elektrons mit Strom durch bewegte Ladung des Kerns (Herleitung: relativistische Quantenmech.)

c) Streuung an ausgedehnter Ladungsverteilung

starte wie oben $f(\vec{q}^2) = -\frac{m}{2\pi\hbar^2}\int d\vec{r}\, V(r) \exp\left(\frac{i\vec{q}\cdot\vec{r}}{\hbar}\right)$

mit Poisson-Gleichung $\nabla^2 V = 4\pi \rho(r) Ze^2$
$\left(\int \rho(r) d\vec{r} = 1\right)$ und Green'schem Theorem

$$\int d\vec{r} \exp\left(\frac{i\vec{q}\cdot\vec{r}}{\hbar}\right) V(r) = -\frac{\hbar^2}{q^2}\int d\vec{r} \exp\left(\frac{i\vec{q}\cdot\vec{r}}{\hbar}\right) \nabla^2 V(r)$$

$$\Rightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\vec{q}^2)|^2 = \frac{4m^2 Z^2 e^4}{q^4} \Big| \underbrace{\int d\vec{r} \exp\left(\frac{i\vec{q}\cdot\vec{r}}{\hbar}\right) \rho(r)}_{\text{Formfaktor } F(\vec{q}^2)} \Big|^2$$

der Formfaktor ist die Fouriertransformierte der Ladungsverteilung und enthält im Wirkungsquerschnitt die ganze Strukturinformation

$$\boxed{\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma}{d\Omega}^R \cdot |F(\vec{q}^2)|^2} \quad \text{bzw.} \quad \boxed{\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma}{d\Omega}^M \cdot |F(\vec{q}^2)|^2}$$

spinloses Streuteilchen α ... — Elektronenstreuung

Beispiel: 400 MeV/c $e^- + {}^{40}Ca$ $\Rightarrow$ $\boxed{\text{Fig. 6-1}}$