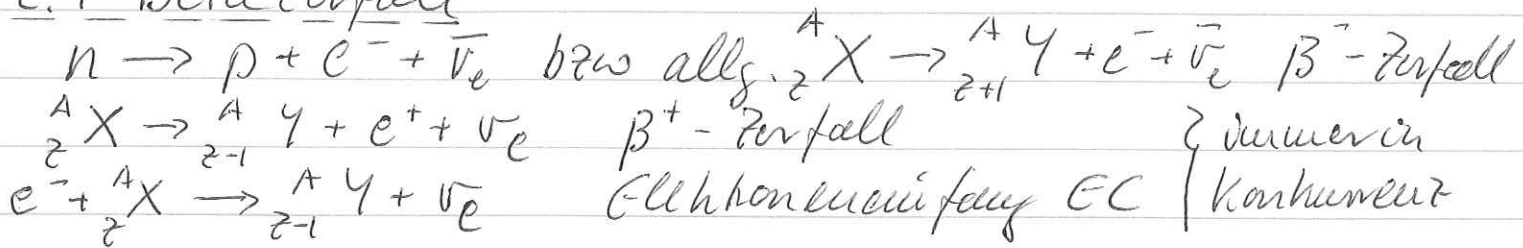


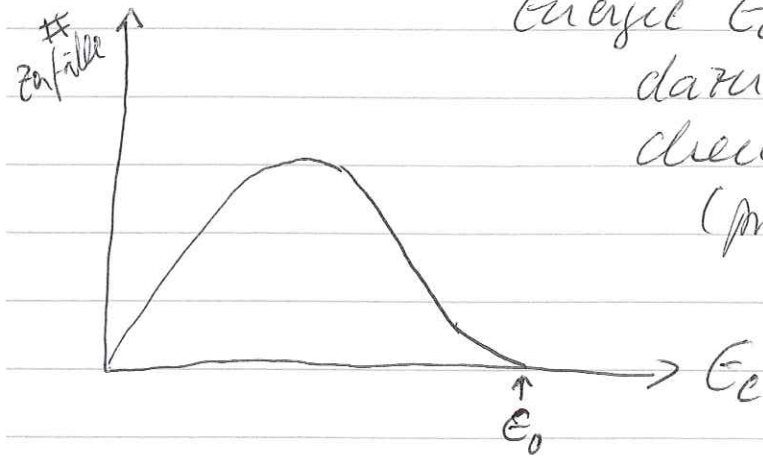
12. Schwache Wechselwirkung

12.1 Beta zerfall



bereits in 1920er Jahren beobachtet: im Gegensatz zu Alphaspektrum mit diskreten Linien ist β -Spektrum kontinuierlich zwischen Energie 0 und max

Energie E_0 . \rightarrow führte Pauli dazu, im Endzustand 3 Teilchen zu postulieren: ein (matisch) masseloses Teilchen, Neutrino, nimmt Teil der freigesetzten Energie mit. Rückstoß des Kerns praktisch vernachlässigbar



$$E_0 = Q - E_R \approx Q \quad \text{im } \beta \text{- Zerfall freigesetzte Energie}$$

Wie können wir Form des β -Spektrums verstehen?
Eruierung an Fermi's Goldrule Regel:

$$\text{Rate } W = dP/dt = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle \Psi_f | H_{\text{int}} | \Psi_i \rangle|^2 g(E)$$

3-Teilchen-Phasenraum unter Bedingung, daß im cm $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 = 0$, d.h. nur 2 Teilpulse können unabhängig variieren, der dritte ist fest.

$$H_3 = \frac{V^2}{(2\pi\hbar)^6} \int d^3p_1 \int d^3p_2 \sim g_3 = \frac{dH_3}{dE} = \frac{V^2}{(2\pi\hbar)^6} \frac{d}{dE} \int d^3p_1 \int d^3p_2$$

für β -Zerfall $\rho_3 = \frac{V^c}{(2\pi\hbar)^6} \frac{d}{dE_0} \int p_e^2 dp_e d\Omega_e \int p_\nu^2 dp_\nu d\Omega_\nu$
 fest! also: wie verändert sich ρ_3 und damit ρ_3 mit Variation von E_0

Berechnung des Elektronenspektrums:

für Impulse zwischen p_e und $p_e + dp_e$
 p_e und E_0 sind dann gegeben, d.h. $d/dE_0 \rightarrow$
 kein Effekt auf Elektronenergie

für masseloses Neutrino $E_0 = T_e + p_\nu c \approx \frac{dp_\nu}{dE_0} = \frac{1}{c}$
 siehe $V=1$

$$\rightarrow \rho_3(p_e) = \frac{d\Omega_e d\Omega_\nu}{(2\pi\hbar)^6 c} p_e^2 p_\nu^2 dp_e = \frac{d\Omega_e d\Omega_\nu}{(2\pi\hbar)^6 c^3} p_e^2 (E_0 - T_e)^2 dp_e$$

$$dW = \frac{1}{2\pi^3 \hbar^7 c^7} \underbrace{|\langle \psi_f | H_w | \psi_i \rangle|^2}_{\text{über Winkel gemittelt}} \underbrace{p_e^2 (E_0 - T_e)^2 dp_e}_{\text{Maximalelement}}$$

über Winkel gemittelt
 Maximalelement hat Maximum; geht für $p_e \rightarrow 0$ und für $T_e \rightarrow E_0$ gegen Null

$$W = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{1}{2\pi^3 \hbar^7 c^3} |\langle \psi_f | H_w | \psi_i \rangle|^2 \int_0^{E_0 - T_e} F(Z, T_e) (E_0 - T_e)^2 p_e^2 dp_e$$

Fermifunktion
 $= \frac{|\psi_f(0)|^2}{|\psi_f(r_i(0))|^2}$

$f m_e^5 c^7$ mit f tabelliert
 (z.B. Landolt-Börnstein)

$$f \cdot t_{1/2} = \frac{\text{konst.}}{|C| > 1^2}$$

Korrigiert Abh. von Z und E_0

sogenannte komparative Halbwertszeit, hängt nur vom Maxielement ab. Da große Variation von Halbwertszeiten, wird zur Charakterisierung der Stärke eines Betazerfalls der Wert $\log f t_{1/2}$ benutzt

* Plot von $\log f t_{1/2} \cdot p_e^2$ gegen T_e : Kurie-Plot; Effekt Neutrinomasse $E_0 = 10.6 \text{ keV}$

optimaler Fall: Zerfall zwischen "Spiegelkernen"

Beispiel: ${}_{13}^{25}\text{Al} \rightarrow {}_{12}^{25}\text{Mg} + e^+ + \bar{\nu}_e$ ganz ähnliche Kernwellenfunktion, idealer Überlapp \rightarrow Matrixelement maximal, Grösse von H_w

$E_0 = 3.24 \text{ MeV}$ $t_{1/2} = 7.6 \text{ s}$, aus Tabelle $\log ft = 3.5$

$$| \langle \sigma \rangle |^2 = \frac{2\pi^3 \hbar^7 c^7}{(m_e c^2)^5 c} \frac{1}{10^{3.5} \text{ s}} = 1.5 \cdot 10^{-8} \text{ MeV}^2 \text{ fm}^6$$

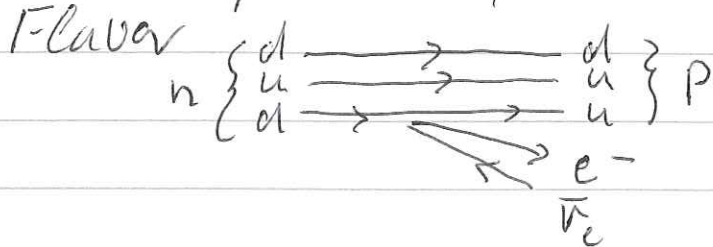
$$\langle \sigma \rangle = \int \psi_n \psi_e H_w \psi_p \psi_{\bar{\nu}} dV \approx 1.2 \cdot 10^{-4} \text{ MeV fm}^3$$

relevantes Volumen: Volumen eines Nukleons $\approx 2 \text{ fm}^3$

$\rightarrow H_w \approx 10^{-4} \text{ MeV}$ schwache Energie verteilt über Proton Volumen, vgl. mit Masse des Protons 1000 MeV durch starke WW (Einschluss S. 12-3a, b)

12.2 Schwache Ströme

Starke und em WW erhalten Flavor von Quarks (und Leptonen), aber im β -Zerfall ändert sich



ebenso für $\pi^- (d\bar{u}) \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e$ (auslaufendes Teilchen, u-Quark, äquivalent zu einlaufendem Antiteilchen); 1 Quarkpaar und ein Leptonpaar

- schwache WW verwandelt u in d oder umgekehrt

- Leptonpaar: beide Teilchen immer selbe Generation

- bei Quarkpaaren nicht der Fall, wir wissen, daß Λ schwach zerfällt, $\Lambda \rightarrow p + \pi^-$
(uds) (uud) (d \bar{u})

Auswahlregeln für β -Zerfall: ft Werte variieren zwischen 10^5 und 10^{22} , daher $\log ft$ verwendet

- erlaubte Übergänge: Elektron + Neutrino tragen keinen Bahndrehimpuls weg, $\Delta L = 0$, keine Paritätsänderung zwischen Mutter- und Tochterkern $\Delta \pi = \text{nein}$

Spin der beteiligten Nukleonen können umklappen oder nicht und je nachdem sind beiden Leptonen im antisym. Spinzustand, oder im symm. Triplett (Gamow-Teller-Ü) (Fermiübergänge)

Auswahlregeln

$\Delta \pi = \text{nein}$ $\Delta J = 0$ Fermi Übergänge

$\Delta \pi = \text{nein}$ $\Delta J = 0, \neq 1$ Gamow-Teller-Übergänge (nicht $0^+ \rightarrow 0^+$)

$\log ft = 4-6$

- verbotene Übergänge wenn Drehimpuls weggehogen wird, $\Delta L \neq 0$

Abstraktion: behandle Elektron und Neutrino als ebene Wellen $\psi_e(\vec{r}) = a \exp(i\vec{p} \cdot \vec{r} / \hbar)$ $\psi_\nu(\vec{r}) = b \exp(i\vec{p} \cdot \vec{r} / \hbar)$

Entwicklung der $\bar{\psi}$ -Funktion am Ort des Kerns

$$\psi = a (1 + i\vec{p} \cdot \vec{r} / \hbar + \dots)$$

da $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$ entspricht dies einer Entwicklung nach Bahndrehimpulsquantenzahl L

Zuspulse einige MeV, Kernradius R einige fm d.h. $|\vec{p}|R/\hbar$ von der Größenordnung 10^{-2}

ft-Wert ist umgekehrt $\propto |< \dots >|^2 \sim$ jede Einheit in L führt zu Unterdrückung um $10^{-3} - 10^{-4}$

$\Delta L = 1, \Delta J = 0, 1, 2 \quad \Delta \pi = \text{ja}$ "einfach verboten"

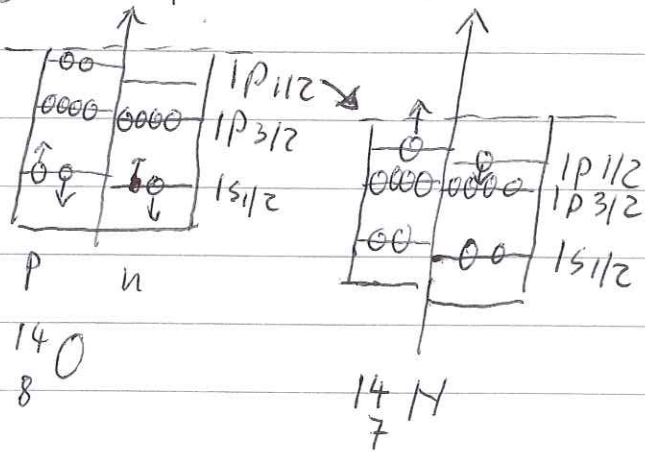
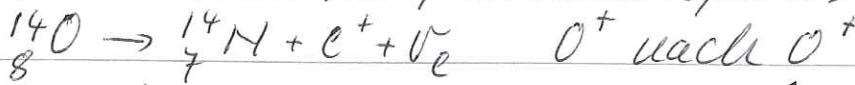
$\Delta L = 2 \quad \Delta J = 1, 2, 3 \quad \Delta \pi = \text{nein}$ "zweifach verboten"

$\log ft = 11-18$

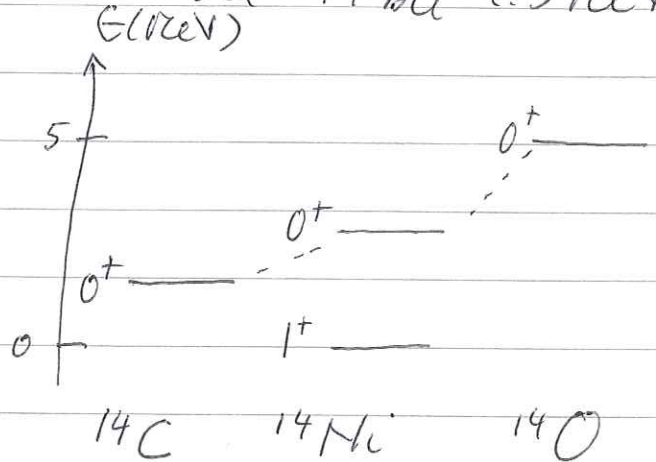
$\log ft = 6-15$

Zerfälle mit grossem ΔL , wenn kleinere ΔL aus Drehimpuls- und Paritätserhaltungsgründen verboten, z.B. β -Zerfall ^{115}Sn ($J^\pi = 9/2^+$ Grundzustand) nach ^{115}Sb ($J^\pi = 1/2^+$) nur $\Delta L=4$ möglich, $\Delta\pi=0$
 $\log ft = 22.7$ und $t_{1/2} = 6 \cdot 10^{14}$ J.

- supererlaubte Übergänge: Zustände beider Kerne Teil eines J -Spinmultipletts, typ $\log ft = 3-4$

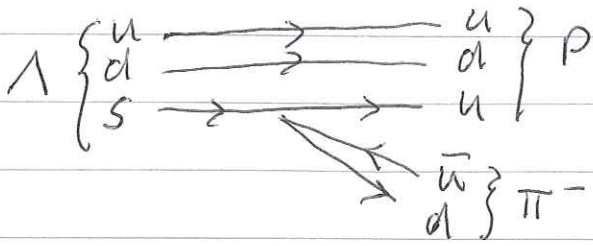


↪ angeregter Zustand in ^{14}N bei 2.3 MeV



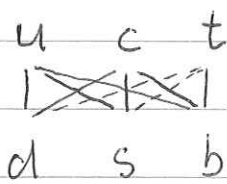
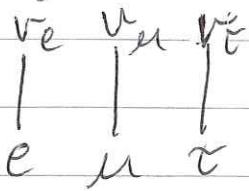
^{14}C kann nur im Grundzustand mit $J^\pi = 1^+$ von ^{14}N zerfallen, E_0 nur 0.15 MeV, Phasenraum sehr klein, d.h. obwohl erlaubter Übergang $\Delta L=0$ $\Delta J=1$ $\Delta\pi$ nein sehr lange Lebensdauer Gamov-Teller $t_{1/2} = 5730$ J. $\log ft = 9.04$

Phasenraum alleine kann $\log ft$ von 6 erklären, weitere 3 Grössenordnung Unterdrückung durch sehr kleines Matrixelement, Grund dafür noch jetzt aktuelles Forschungsthema (3 Teilchen WW ?)



- in jedem Prozess der schwachen WW sind 2 schwache Paare involviert.

mögliche Paare:



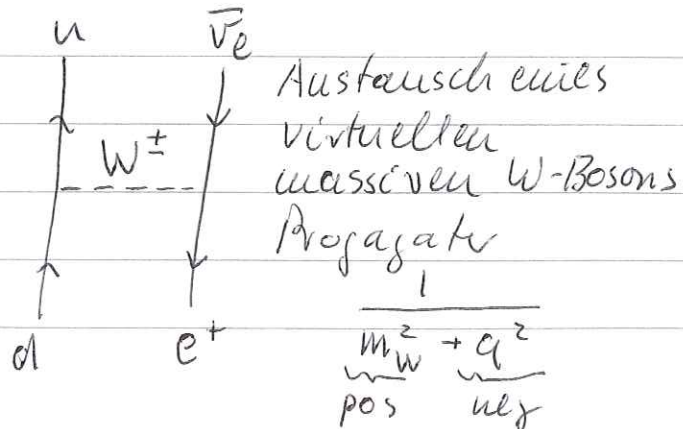
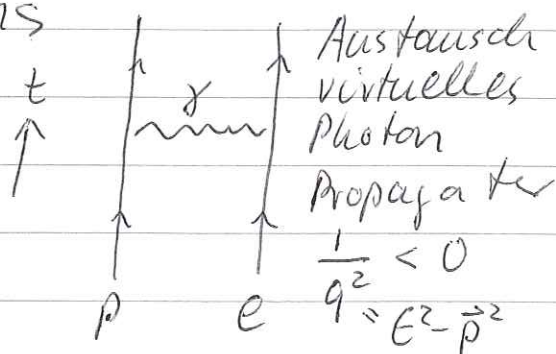
— : beobachtete schwache Paare

und entsprechend für Antiteilchen

- Es gibt semi leptonische schwache Prozesse $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$
- " hadronische " $\Lambda \rightarrow p + \pi^-$
- " rein leptonische " $\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$

12 schwache Paare, alle Kombinationen entsprechen einer schwachen WW, $\frac{1}{2} 12(12+1) = 78$ verschiedene Prozesse der schwachen WW, alle experimentell zugänglich beobachtet

• Wie wechselwirken die schwachen Paare? analog zu em. WW Austausch eines Vektorbosons




Aufang der 1960er Jahre formulieren Glashow, Weinberg und Salam eine Feldtheorie, die die ein und die schwache WW inkorporiert. Eine renormierbare Eichtheorie, die Austauschbosonen werden (z.T.) massiv durch einen Mechanismus der spontanen Symmetriebrechung (Higgs-M.) (Nobelpreis 1979)

Voraussage: Existenz massiver Austauschbosonen Z^0 und W^\pm

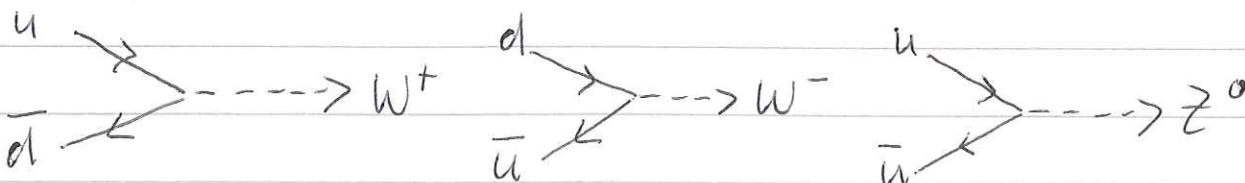
Existenz neutraler schwacher Skalarer (s.u.)

1983 wurden W^\pm und Z^0 am dafür gebauten $p\bar{p}$ -Kollider von 2 Experimenten entdeckt (UA1 und UA2). SPS am CERN wurde auf Drängen von C. Rubbia in SppS umgebaut, Antiprotonen in denselben Protonbeschleuniger injiziert. Um für die Kollisionen genügend Luminosität zu erreichen, mussten Strahlen gekühlt werden, damit kleiner Querschnitt erreicht wird und alle Teilchen gleiche Energie haben. Erfindung der 'stochastischen Kühlung' durch Simon van der Meer

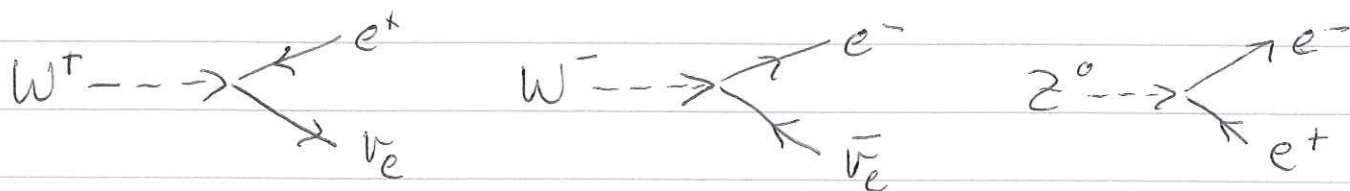
hier 'Kühlung' \equiv Vermeidung der Umwandlung im Strahl

 Fig. 12-1

in $p\bar{p}$ Kollisionen bei $\sqrt{s} = 540$ GeV



W und Z-Bosonen sind sehr kurzlebig (10^{-25} s) zerfallen hauptsächlich in $q\bar{q} \rightarrow 2$ jets, nicht von viel häufigerer starker WW zu unterscheiden (bzw nur sehr schwer), aber seltener auch Zerfälle



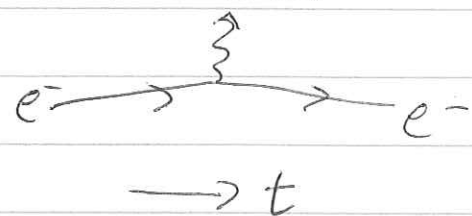
$\sigma(u\bar{d} \rightarrow W^+ \rightarrow e^+ \nu_e) \approx 5 \text{ nb}$, während bei $\sqrt{s} = 540 \text{ GeV}$
 $\sigma_{pp}^{\text{tot}} \approx 50 \text{ mb}$ Unterdrückung um 7 Größenord.!

$$M_W = 80.385 \pm 0.015 \text{ GeV}/c^2 \quad \Gamma_W = 2.085 \pm 0.042 \text{ GeV}$$

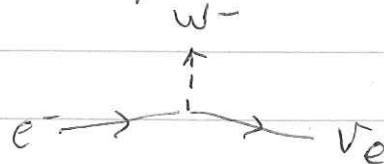
$$M_Z = 91.1876 \pm 0.0021 \text{ GeV}/c^2 \quad \Gamma_Z = 2.4952 \pm 0.0023 \text{ GeV}$$

Zurück zu schwachen Strömen:

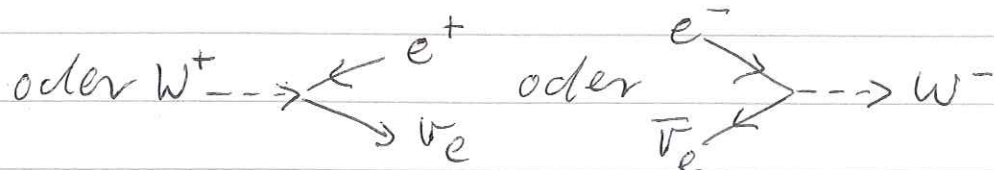
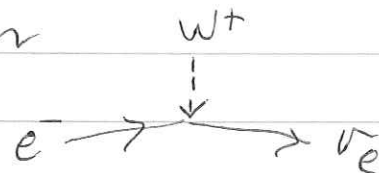
em Strom



positiver schwacher Strom



oder



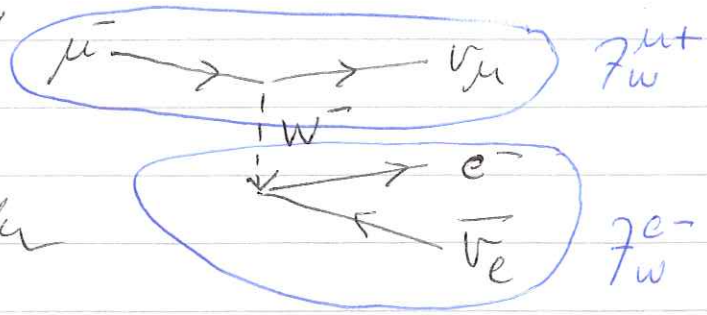
Emission eines W^- oder Absorption eines W^+ entsprechend: konjugierter schwacher negativer Strom \leftrightarrow Emission eines W^+ oder Absorption W^-

schwache WW: schwacher Strom wechselwirkt mit konjugiertem schwachen Strom durch Austausch eines W-Bosons

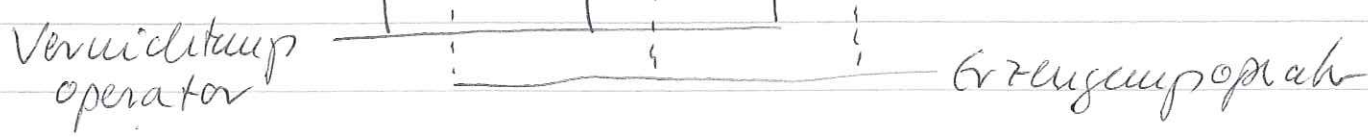
Beispiel Myonzerfall:

$J_W^{\mu+}$: positiver myonischer schwacher Strom

J_W^{e-} : negativer elektronischer schwacher Strom

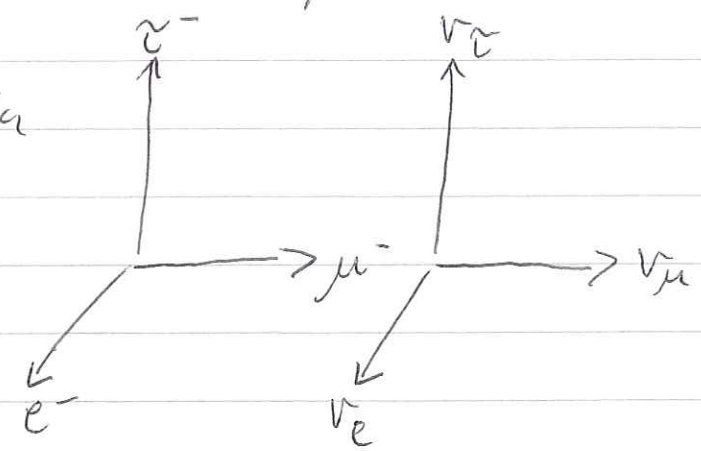


Struktur: $J_W^{\mu+} \propto \tilde{e} \cdot \nu_e + \tilde{\mu} \cdot \nu_\mu + \tilde{\tau} \cdot \nu_\tau$



leptonischer schwacher Strom zu verstehen als Summe von 3 Skalarprodukten von Einheitsvektoren, die in ihre Richtung den 3 geladenen Leptonen bzw. Neutrinos entsprechen.

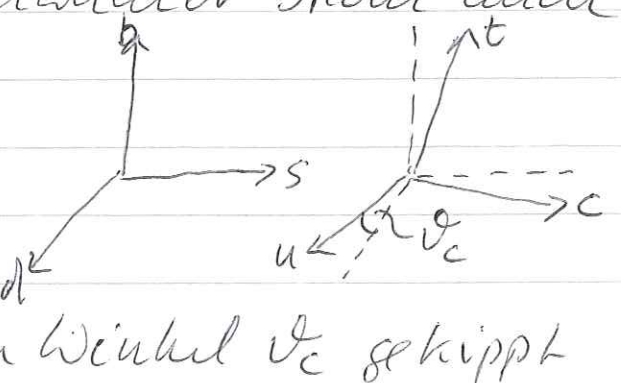
in diesem 11d-Raum:
 3 geladene Leptonen zeigen in orthogonale Richtungen
 3 neutrale Leptonen bilden ein dazu paralleles orthogonales Koord. System



→ Skalarprodukte
 neutral-geladen verbinden jeweils zwei Leptonen innerhalb einer Generation

Für Quarks verbindet schwacher Strom auch verschiedene Generationen.

Quarks einer Ladung spannen 3d orthogonales Koord. syst. auf, entsprechendes System für anderen Ladungszustand um Winkel θ_c gekippt



dadurch 9 Beiträge zum Skalarprodukt

$$\Gamma_W^{ht} \propto \tilde{d} \cdot u + \tilde{s} \cdot u + \tilde{b} \cdot u + \dots$$

\uparrow \uparrow
 $\cos \theta_c$ $\sin \theta_c$

$\theta_c \equiv$ Cabibbo-Winkel

Cabibbowinkel kann gemessen werden

vgl. Neutron zerfall $d \rightarrow u + e^- + \bar{\nu}_e$ $p = 1 \text{ MeV}$

und Lambda zerfall $s \rightarrow u + e^- + \bar{\nu}_e$ $p \approx 100 \text{ MeV}$

Rate $\propto | \langle \dots \rangle |^2$. Phasenraum, korrigieren für Phasenraum \rightarrow komparative Halbwertszeit oder

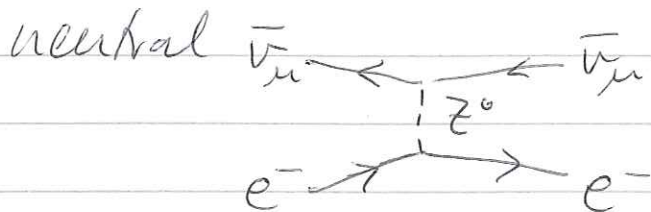
$$ft\text{-Wert} \propto | \langle \dots \rangle |^{-2} \Rightarrow \frac{| \langle p | H_W | n \rangle |^2}{| \langle p | H_W | \Lambda \rangle |^2} \approx \frac{\cos^2 \theta_c}{\sin^2 \theta_c} \Rightarrow \theta_c = 13.4^\circ$$

besten Wert aus allen bekannten Fällen $\theta_c = 12.9 \pm 0.1^\circ$

$$\cos \theta_c = 0.974 \quad \sin \theta_c = 0.221$$

allgemeiner: 3×3 Matrix Cabibbo-Kobayashi-Maskawa Matrix, 9 Elemente, wegen Unitarität 4 freie Parameter: 3 Winkel und 1 imaginäre Phase (Nobelpreis Kobayashi-Maskawa 2008)

neutrale schwache Ströme: Voraussage der Feldtheorie der elektroschwachen WW - bedeutet el. Ladung innerhalb eines schwachen Stroms ändert sich am Vertex nicht, Austauschboson



entdeckt 1973 in Blasen-kammer 'Gargamelle' am CERN in Neutrino-Elektron inelastischer Streuung

\Rightarrow Fig. 12-3